

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Республики Марий Эл
«Марийский политехнический техникум»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

ОУД.03 МАТЕМАТИКА

Профессия

15.01.05 Сварщик (ручной и частично механизированной сварки (наплавки))

Содержание практических занятий.

Введение.....	7
Тема 1. Повторение курса математики основной школы.	
Практическое занятие №1	
<i>Вычисление площадей при ручной дуговой наплавки на плоские поверхности деталей.....</i>	9
Практическое занятие № 2	
<i>Вычисление сложных процентов</i>	11
Практическое занятие № 3	
<i>Уравнения и неравенства</i>	13
Тема 2. Прямые и плоскости в пространстве.	
Практическое занятие № 4	
<i>Угол между плоскостями</i>	14
Практическое занятие № 5	
<i>Наплавка смежных и параллельных валиков в нижнем положении шва.....</i>	16
Тема 3. Координаты и векторы.	
Практическое занятие № 6	
<i>Векторы в пространстве.....</i>	18
Практическое занятие № 7	
<i>Сварка стыкового соединения в горизонтальном и вертикальном положении.....</i>	19
Тема 4. Основы тригонометрии. Тригонометрическая функция.	
Практическое занятие № 8	
<i>Радианная и градусная мера угла</i>	22
Практическое занятие № 9	
<i>Синус и косинус двойного угла</i>	23
Практическое занятие № 10	
<i>Преобразования простейших тригонометрических выражений.....</i>	25
Практическое занятие № 11	
<i>Преобразование графиков тригонометрических функций</i>	26
Практическое занятие № 12	
<i>Определение по графикам сварки изделий швами.....</i>	27
Практическое занятие № 13	
<i>Простейшие тригонометрические неравенства.....</i>	29

Практическое занятие № 14	
<i>Решение систем тригонометрических уравнений</i>	31
Тема 5. Комплексные числа.	
Практическое занятие № 15	
<i>Примеры использования комплексных чисел</i>	32
Практическое занятие № 16	
<i>Выполнение расчетов с помощью комплексных чисел</i>	33
Тема 6. Производная функции, ее применение.	
Практическое занятие № 17	
<i>Формулы дифференцирования</i>	34
Практическое занятие № 18	
<i>Правила дифференцирования</i>	35
Практическое занятие № 19	
<i>Производная сложной функции</i>	36
Практическое занятие № 20	
<i>Исследование функции и построение графиков</i>	37
Практическое занятие № 21	
<i>Исследование функции и построение графиков</i>	39
Практическое занятие № 22	
<i>Исследование функции на монотонность и построение графиков</i>	41
Практическое занятие № 23	
<i>Применение производной для решения практикоориентированных задач в профессии сварщика</i>	42
Практическое занятие № 24	
<i>Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах</i>	44
Тема 7. Многогранники и тела вращения.	
Практическое занятие № 25	
<i>Построение сечений призмы</i>	45
Практическое занятие № 26	
<i>Построение сечений параллелепипеда</i>	48
Практическое занятие № 27	
<i>Усеченная пирамида</i>	50

Практическое занятие № 28	
<i>Симметрия в кубе. Параллелепипеде, призме, пирамиде</i>	52
Практическое занятие № 29	
<i>Параллелепипеде, призме, пирамиде</i>	53
Практическое занятие № 30	
<i>Дуговая наплавка кольцевых швов на профильных трубах различного диаметра при изготовлении печи Изготовление многогранников с помощью сварки.</i>	55
Практическое занятие № 31	
<i>Сечение цилиндра, сечение конуса</i>	56
Практическое занятие № 32	
<i>Рассчитать количество электродов необходимых для создания металлической конструкции</i>	58
Практическое занятие № 33	
<i>Объемы и площади поверхностей тел</i>	59
Практическое занятие № 34	
<i>Объемы и площади поверхностей тел</i>	60
Тема 8. Первообразная функция, ее применение.	
Практическое занятие № 35	
<i>Правила нахождения первообразных</i>	63
Практическое занятие № 36	
<i>Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции</i>	64
Практическое занятие № 37	
<i>Тела и поверхности вращения в практической деятельности сварщика</i>	66
Тема 9. Степени и корни. Степенная функция.	
Практическое занятие № 38	
<i>Преобразование выражений с корнями той степени</i>	67
Практическое занятие № 39	
<i>Решение иррациональных уравнений</i>	68
Практическое занятие № 40	
<i>Решение иррациональных неравенств</i>	69
Тема 10. Показательная функция, ее свойства.	
Практическое занятие № 41	
<i>Решение показательных неравенств</i>	69

Практическое занятие № 42	
<i>Решение показательных уравнений</i>	71
Практическое занятие № 43	
<i>Решение показательных уравнений</i>	74
Практическое занятие № 44	
<i>Решение систем показательных уравнений</i>	75
Тема 11. Логарифмы. Логарифмическая функция.	
Практическое занятие № 45	
<i>Свойства логарифмов</i>	76
Практическое занятие № 46	
<i>Операция логарифмирования, свойства логарифмов</i>	79
Практическое занятие № 47	
<i>Решение логарифмических уравнений</i>	81
Практическое занятие № 48	
<i>Решение логарифмических неравенств</i>	83
Практическое занятие № 49	
<i>Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства в профессии «Сварщик»</i>	84
Тема 12. Множества. Элементы теории графов.	
Практическое занятие № 50	
<i>Операции со множествами и их применение в практической деятельности сварщика.</i> ...	86
Практическое занятие № 51	
<i>Применение графов к решению задач</i>	90
Тема 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.	
Практическое занятие № 52	
<i>Сложение и умножение вероятностей</i>	92
Практическое занятие № 53	
<i>Понятие о независимости событий в практической деятельности сварщика</i>	94
Практическое занятие № 54	
<i>Задачи математической статистики</i>	96
Практическое занятие № 55	
<i>Составление таблиц и диаграмм заданных различными способами в области сварки</i>	99
Тема 14. Уравнения и неравенства.	

Практическое занятие № 56

Общие методы решения100

Практическое занятие № 57

Использование графического метода решения уравнений и неравенств в практической деятельности сварщика.....103

Практическое занятие № 58

Уравнения и неравенства с параметрами105

Практическое занятие № 59

Решение уравнений и неравенств с двумя переменными.....107

Практическое занятие № 60

Решение систем уравнений с двумя переменными109

Введение

Методические рекомендации по практическим занятиям, являющиеся частью учебно-методического комплекса по дисциплине ОУД.03 «Математика», составлены в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами по специальности СПО 38.02.07 Банковское дело; Рабочей программой учебной дисциплины.

Методические рекомендации включают 60 практических занятий, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины в объеме 308 часов.

Методические рекомендации к выполнению практических заданий по дисциплине ОУД.03 Математика предназначены для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, а также для овладения студентами умений и навыков применять эти знания при самостоятельной работе.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:
- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.
- для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.
- для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.
- для построения и исследования простейших математических моделей.
- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции и свойств фигур;
- для вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:

- основные математические понятия, формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, методы решения уравнений и неравенств.

Выполнение практических заданий обеспечивает достижение студентами следующих **результатов**:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических

теорий;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

– сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;– владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

– сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

– владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Критерии оценки выполнения практического

задания Оценка “5” ставится, если:

- задание выполнено в полном объёме;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” ставится, если:

- задание выполнено в полном объёме, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” ставится, если:

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

Тема 1. Повторение курса математики основной школы.

Практическое занятие №1

«Вычисление площадей при ручной и дуговой наплавки на плоские поверхности деталей».

Цели занятия:

- Закрепить знания о свойствах геометрических фигур на плоскости.
- Развить навыки решения задач и логического мышления.
- Научиться применять теоремы и формулы для нахождения неизвестных величин.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Прямоугольная стальная пластина имеет размеры 200 мм в длину и 150 мм в ширину. Необходимо наплавить слой металла толщиной 5 мм на всю верхнюю поверхность пластины. Какова площадь поверхности, подлежащей наплавке?

Решение:

Длина (a) = 200 мм

Ширина (b) = 150 мм

Площадь (S) = a * b = 200 мм * 150 мм = 30000 мм²

Ответ: Площадь поверхности, подлежащей наплавке, составляет 30000 мм².

2. Пластина имеет форму квадрата со стороной 150 мм. В центре пластины вырезано круглое отверстие диаметром 50 мм. Необходимо наплавить слой металла на всю поверхность пластины, проверив область выреза. Какова площадь поверхности, подлежащей наплавке?

Решение:

Сторона квадрата (a) = 150 мм

Площадь квадрата (S квадрата) = a² = 150² = 22500 мм²

Диаметр круга (d) = 50 мм, следовательно, радиус (r) = 25 мм.

Площадь круга (S круга) = π * r² = π * 25² = π * 625 ≈ 1963,5 мм²

Площадь для наплавки = S квадрата – S круга = 22500 - 1963,5 = 20536,5 мм²

Ответ: Площадь поверхности, подлежащей наплавке, составляет примерно 20536,5 мм².

3. Известно, что на 100 квадратных миллиметров поверхности требуется 0,5 грамма наплавочного материала. Рассчитайте, сколько материала потребуется для наплавки поверхности размером 300 мм х 400 мм. Сколько грамм наплавочного материала потребуется?

Решение:

$$\text{Площадь поверхности (S)} = 300 \text{ мм} * 400 \text{ мм} = 120000 \text{ мм}^2$$

$$\text{Расход материала на } 100 \text{ мм}^2 = 0,5 \text{ грамма.}$$

$$\text{Общий расход материала} = (S/100) * 0,5 \text{ грамм} = (120000/100) * 0,5 = 1200 * 0,5 = 600 \text{ грамм}$$

Ответ: Потребуется 600 грамм наплавочного материала.

4. Деталь имеет форму равнобедренной трапеции с основаниями 100 мм и 200 мм и высотой 80 мм. Необходимо наплавить слой металла на всю верхнюю поверхность детали. Какова площадь поверхности, подлежащей наплавке?

Решение:

$$\text{Основание (a)} = 100 \text{ мм}$$

$$\text{Основание (b)} = 200 \text{ мм}$$

$$\text{Высота (h)} = 80 \text{ мм}$$

$$\text{Площадь } S = \frac{a+b}{2} * h ; S = \frac{100+200}{2} * 80 = 150 * 80 = 12000 \text{ мм}^2$$

Ответ: Площадь поверхности, подлежащей наплавке, составляет 12000 мм².

5. Прямоугольная пластина размером 250 мм х 180 мм имеет три круглых отверстия: одно диаметром 30 мм, одно диаметром 40 мм и одно диаметром 50 мм. Все отверстия расположены так, что не пересекаются. Необходимо наплавить слой металла на всю поверхность пластины, зафиксировав отверстия. Какова площадь поверхности, подлежащей наплавке?

Решение:

$$\text{Длина пластины (a)} = 250 \text{ мм}$$

$$\text{Ширина пластины (b)} = 180 \text{ мм}$$

$$\text{Объем пластины (V пластины)} = 250 \text{ мм} * 180 \text{ мм} = 45000 \text{ мм}^2$$

$$\text{Диаметр отверстий 1 (d1)} = 30 \text{ мм, следовательно, радиус (r1)} = 15 \text{ мм.}$$

$$\text{Диаметр отверстий 2 (d2)} = 40 \text{ мм, следовательно, радиус (r2)} = 20 \text{ мм.}$$

$$\text{Диаметр отверстий 3 (d3)} = 50 \text{ мм, следовательно, радиус (r3)} = 25 \text{ мм.}$$

$$\text{Площадь отверстия 1 (Sотв1)} = \pi * r1^2 = \pi * 15^2 \approx 706,86 \text{ мм}^2$$

$$\text{Площадь отверстия 2 (Sотв2)} = \pi * r2^2 = \pi * 20^2 \approx 1256,64 \text{ мм}^2$$

$$\text{Площадь отверстия 3 (Sотв3)} = \pi * r3^2 = \pi * 25^2 \approx 1963,50 \text{ мм}^2$$

$$\text{Суммарная площадь отверстий (S отв_общая)} = S_{\text{отв1}} + S_{\text{отв2}} + S_{\text{отв3}} \approx 706,86 + 1256,64 + 1963,50 = 3927 \text{ мм}^2$$

$$\text{Площадь для наплавки} = S_{\text{пластины}} - S_{\text{отв_общая}} = 45000 - 3927 = 41073 \text{ мм}^2$$

Ответ: Площадь поверхности, подлежащей наплавке, составляет примерно 41073 мм².

6. Пластина имеет форму квадрата со стороной 200 мм. В центре пластины вырезаны овалы с полуосями 40 мм и 60 мм. Необходимо наплавить слой металла на всю поверхность пластины, проверив область выреза. Какова площадь поверхности, подлежащей наплавке? (Ответ: площадь поверхности, подлежащей наплавке, составляет примерно 32460,18 мм²).
7. Имеется прямоугольная пластина 150мм x 250мм. Необходимо наплавить уровень пониженной высоты, чтобы увеличить массу пластины на 500 грамм. Плотность наплавляемого металла составляет 7,85 г/см³. Какова должна быть крепость наплавляемого слоя в миллиметрах? (Ответ: толщина наплавляемого слоя должна быть примерно 1,698 мм.)
8. На плоскости даны две параллельные прямые а и b. Прямая с пересекает прямые а и b под углом 60°. Найдите углы между прямой с и каждой из параллельных прямых.
9. Даны вершины треугольника A(1,2), B(5,6) C(3,8). Найдите площадь этого треугольника, используя формулу:

$$S = \frac{1}{2}x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$$

10. На плоскости дана окружность с центром в точке O(0,0) и радиусом r=5. Найдите уравнение касательной к окружности в точке A(3,4)

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 2

«Вычисление сложных процентов»

Цели задания:

- Обучение решению задач на проценты с помощью формул «сложных процентов», обобщение методов решения задач проценты;
- Формирование умений решать задачи повышенной сложности;
- Научиться применять формулы для вычисления сложных процентов в практических ситуациях.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Задача 1: В банке открыт срочный депозит на сумму 50 тыс. руб. по 12% на 3 года. Рассчитать накопленную сумму если проценты:

Решение:

По формуле сложных процентов:

$$S_n = S_0(1 + 0,01p)^n \text{ или } S_n = S_0(1 + \alpha)^n$$

$$S_n = (1 + 0,12)^3 * 50\,000 = 70246 \text{ руб.}$$

(отв. 70246 руб.)

Формула сложных процентов связывает четыре величины: начальный вклад, накопленную сумму (будущую стоимость вклада), годовую процентную ставку и время в годах. Поэтому, зная три величины, всегда можно найти четвертую:

$$S_n = S_0(1 + 0,01p)^n$$

Задача: 2 Вклад, положенный в банк 2 года назад, достиг 11449 рублей. Каков был первоначальный вклад при 7% годовых? Какова прибыль?

Решение:

$$n=2; p=7\%; S_2= 11449; S_0= ?$$

В формулу $S_0 = S_n \cdot (1 + 0,01p)^{-n}$ подставляем данные значения, получаем: $S_0 = 11449 \cdot (1 + 0,01 \cdot 7)^{-2} = 11449 / (1,07)^2 = 11449 / 1,1449 = 10000$.

$$11449 - 10000 = 1449$$

Ответ: 10000 руб.; 1449 руб.

Задача 3: Определение итоговой суммы

Вы вложили 12,000 рублей под 5% годовых с ежегодной капитализацией. Рассчитайте, сколько денег будет на вашем счете через 6 лет. Используйте формулу:

$$A = P(1 + r)^n$$

A — итоговая сумма,

- P — первоначальная сумма (основной капитал),
- r — процентная ставка (в десятичном виде),
- n — количество лет.

Задача 4: Сравнение инвестиций

Вы рассматриваете два инвестиционных варианта:

- Вариант 1: Вложить 20,000 рублей под 7% годовых с ежегодной капитализацией.
- Вариант 2: Вложить ту же сумму под 6% годовых с ежемесячной капитализацией.

Рассчитайте итоговую сумму через 5 лет для каждого варианта и определите, какой из них более выгоден.

Задача 5: Инвестиции и доход

Вы инвестируете 10,000 рублей в фонд с ожидаемой доходностью 9% годовых с ежемесячной капитализацией. Найдите итоговую сумму через 4 года.

Задача 6: Общая тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно купить на 500 рублей после повышения цен на 15 %? (Ответ: 10.)

Задача 7: Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 11% годовых. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить ежемесячно? (Ответ: 1 110 рублей.)

Задача 8: Магазин закупает тетради по оптовой цене 2 рубля за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно купить в этом магазине на 30 руб.? (Ответ: 12 тетрадей.)

Задача 9: Железнодорожный билет для взрослого стоит 540 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от взрослого. Группа состоит из 20 школьников и 4 взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу? (Ответ: 7 560 рублей.)

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 3

«Уравнения и неравенства»

Цели занятия:

- Закрепить знания о решении уравнений и неравенств.
- Научиться применять различные методы решения.
- Развить навыки анализа и интерпретации решений.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Линейное уравнение

Решите уравнения:

$$3x - 7 = 2x + 5$$

$$3x - 7 = 2$$

$$5 - 2(x + 1) = 3$$

$$4(x - 2) + 3 = 2x + 1$$

2. Квадратное уравнение

Найдите корни квадратного уравнения:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0$$

3. Уравнение с дробями

Решите уравнение:

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = 1$$

Укажите ограничения на значения x .

4. Линейное неравенство

Решите неравенство:

$$4x - 5 < 3$$

$$2x - 5 < 3$$

$$-3x + 4 \geq 1$$

$$5 - x \leq 2x + 1$$

5. Квадратное неравенство

Найдите область решения неравенства:

$$x^2 - 4x < 0$$

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0$$

$$-x^2 + x + 6 > 0$$

6. Неравенство с дробями

Решите неравенство:

$$\frac{x-1}{x+2} \geq 0$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 2. Прямые и плоскости в пространстве.

Практическое занятие № 4

«Угол между плоскостями»

Цели занятия:

- Понять концепцию угла между плоскостями и методы его вычисления.
- Научиться применять формулы для нахождения угла между плоскостями.
- Развить навыки решения задач на основе аналитической геометрии.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления..

Задания:

1. Определение угла между плоскостями

Найдите угол между плоскостями, заданными уравнениями:

$$2x+3y-z-4=0$$

$$4x-y+5z+6=0$$

Используйте формулу:

$$\cos \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} * \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

2. Угол между параллельными плоскостями

Объясните, как определяется угол между двумя параллельными плоскостями. Приведите пример с уравнениями:

$$x+2y-3z+1=0$$

$$x+2y-3z-5=0$$

3. Угол между пересекающимися плоскостями

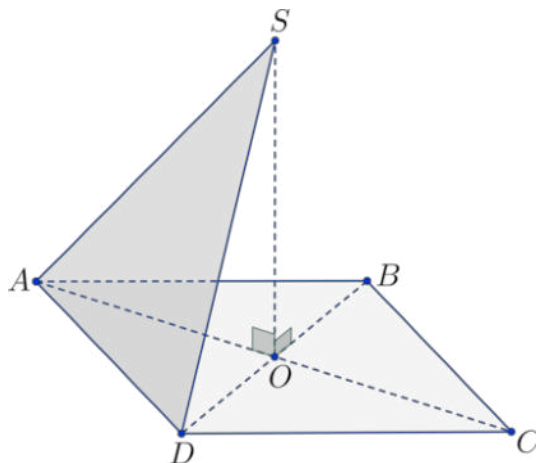
Найдите угол между плоскостями, заданными следующими уравнениями:

$$x-y+z=0$$

$$3x+y-z+4=0$$

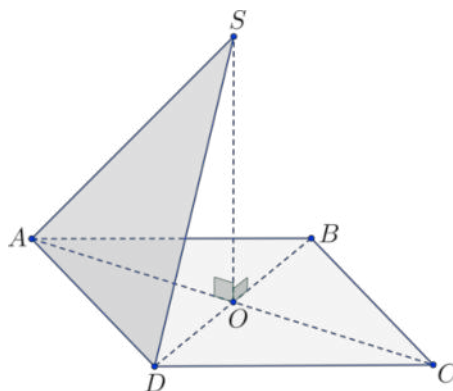
Используйте формулу для вычисления угла, указав все шаги.

4. В квадрате ABCD диагонали пересекаются в точке O, точка S не лежит в плоскости квадрата, при этом $SO \perp ABC$. Найдите угол между плоскостями (ASD) и (ABC), если $SO=5$, а $AB=10$. Ответ дайте в градусах.



Решение:

По условию имеем: $SO \perp ABC \Rightarrow \angle SOA = \angle SOD = 90^\circ$. Кроме того, $AO=DO$, так как O — точка пересечения диагоналей квадрата, и SO — общая сторона двух треугольников. Тогда прямоугольные треугольники SAO и SDO равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AS=SD$ и ASD — равнобедренный.



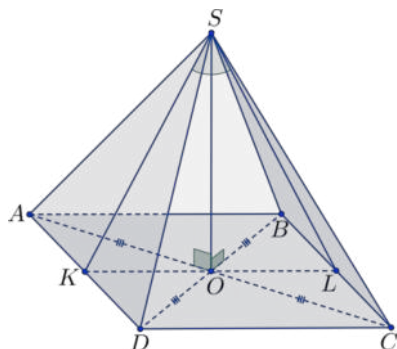
Далее, точка K — середина AD , тогда SK — высота в треугольнике ASD , а OK — высота в треугольнике AOD . Следовательно, $\angle SKO$ — линейный угол искомого двугранного угла.

В треугольнике SKO имеем: $OK = \frac{1}{2} * AB = \frac{1}{2} * 10 = 5 = SO$
Тогда SOK — равнобедренный прямоугольный треугольник и $\angle SKO = 45^\circ$
Ответ: 45°

5. В квадрате $ABCD$: O — точка пересечения диагоналей; S — не лежит в плоскости квадрата, $SO \perp ABC$. Найдите угол между плоскостями (ASD) и (BSC) , если $SO=5$, а $AB=10$.

Решение:

Прямоугольные треугольники SAO, SDO, SOB и SOC равны по двум сторонам и углу между ними, так как $SO \perp ABC$, а значит $\angle SOA = \angle SOD = \angle SOB = \angle SOC = 90^\circ$; $AO=OD=OB=OC$, так как O — точка пересечения диагоналей квадрата, SO — общая сторона, следовательно, $AS=DS=BS=CS$, значит, ASD и BSC — равнобедренные треугольники. Точка K — середина AD , тогда SK — высота в треугольнике ASD , а OK —



высота в треугольнике AOD . Следовательно, плоскость (SOK) перпендикулярна плоскости (ASD) .

Точка L — середина BC , тогда SL — высота в треугольнике BSC , а OL — высота в треугольнике BOC , следовательно, плоскость (SOL) (она же плоскость (SOK)) перпендикулярна плоскости (BSC) . Таким образом получаем, что $\angle KSL$ — линейный угол, равный искомому двугранному углу.

$KL=KO+OL=2*OL=AB=10$, $OL=5$, $SK=SL$ - высоты в равных

равнобедренных треугольниках, которые можно найти по теореме Пифагора: $SL^2 = SO^2 + OL^2 = 25 + 25 = 50$. Можно заметить, что $SK^2 + SL^2 = 50 + 50 = 100 = KL^2$. Значит, для треугольника KSL выполняется обратная теорема Пифагора, следовательно, KSL — прямоугольный треугольник. Тогда $\angle KSL = 90^\circ$

Ответ: 90°

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №5

Наплавка смежных и параллельных валиков в нижнем положении шва. «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Цели занятия:

- Закрепить знания о перпендикулярности прямых и плоскостей.
- Научиться применять теоремы и признаки перпендикулярности в решении задач.
- Развить навыки решения задач, связанных с перпендикулярностью в пространстве.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Сварщику необходимо изготовить бункер, имеющий форму правильной четырехугольной призмы, длина стороны основания которого равна 1,2 м, высота – 2,4 м. Сколько стали необходимо выполнения работы? (Прим.: на швы следует добавить 3% материала).

Решение:

Дано: правильная 4-угольная призма

$$a = 1,2 \text{ м}$$

$$h = 2,4 \text{ м}$$

S - ?

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн}} = a^2$$

$$S_{\text{осн}} = 1,2^2 = 1,44(\text{м}^2)$$

$$S_{\text{бок}} = 1,2 \cdot 4 \cdot 2,4 = 11,52(\text{м}^2)$$

$$S = 11,52 + 1,44 = 12,96(\text{м}^2)$$

На швы

$$1) 12,96 \cdot 0,03 = 0,39(\text{м}^2); 2) 12,96 + 0,39 = 13,35(\text{м}^2)$$

Ответ: для изготовления бункера сварщику необходимо 13,35 (м^2) стали.

2. Сварщик наплавил 5 параллельных валиков длиной по 150 мм каждый. Ширина каждого валика составляет 8 мм. Какова общая площадь наплавленной поверхности?

Решение:

Площадь одного валика: $S = 150 \times 8 = 1200 \text{ мм}^2$

Общая площадь: $S_{\text{общ}} = 5 \times 1200 = 6000 \text{ мм}^2$

3. При наплавке параллельных валиков необходимо обеспечить перекрытие на 2 мм. Ширина валика составляет 10 мм. Какое оптимальное расстояние между центрами валиков следует установить, чтобы минимизировать расход материала? (Ответ: Оптимальное расстояние между центрами валиков составляет 8 мм.)
4. Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках P_1 и Q_1 . Найдите P_1Q_1 , если $PQ = 15$ см; $PP_1 = 21,5$ см; $QQ_1 = 33,5$ см.

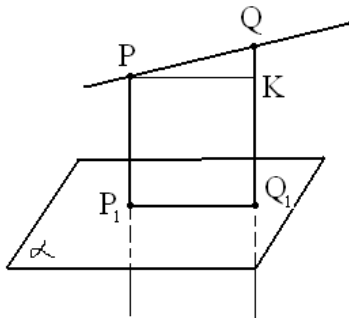


Рис. 7

Решение:

- 1) $PP_1 \perp \alpha$ и $QQ_1 \perp \alpha$ по условию $\Rightarrow PP_1 \parallel QQ_1$ (обосновать);
 - 2) PP_1 и QQ_1 определяют некоторую плоскость β , $\alpha \cap \beta = P_1Q_1$;
 - 3) PP_1Q_1Q - трапеция с основаниями PP_1 и QQ_1 , проведём $PK \parallel P_1Q_1$;
 - 4) $QK = 33,5 - 21,5 = 12$ (см)
- $P_1Q_1 = PK = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$ см.
- Ответ: $P_1Q_1 = 9$ см.

5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 9$ см; $BC = 8$ см; $BD = 17$ см. Найдите площадь $BDD_1 B_1$.

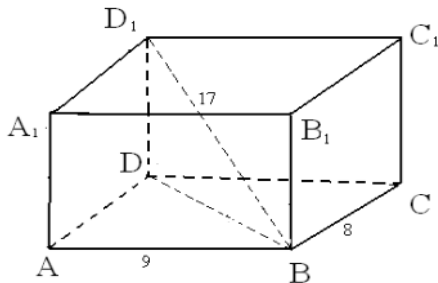


Рис. 5

Решение:

- 1) $\triangle ABD$: $\angle BAD = 90^\circ$; $AD = BC = 8$ см;
 $BD = \sqrt{8^2 + 9^2} = \sqrt{145}$ см;
- 2) $\triangle DD_1 B$: $\angle D_1 D B = 90^\circ$;
 $DD_1 = \sqrt{17^2 - (\sqrt{145})^2} = \sqrt{144} = 12$ см;
- 3) $S_{BDD_1 B_1} = BD \cdot DD_1 = 12\sqrt{145}$ см².

Ответ: $12\sqrt{145}$ см².

6. Отрезок MH пересекает плоскость α в точке K . Из концов отрезка проведены прямые ME и HP , перпендикулярные к плоскости α . $HP = 4$ см; $ME = 12$ см; $HK = 5$ см. Найдите отрезок PE .

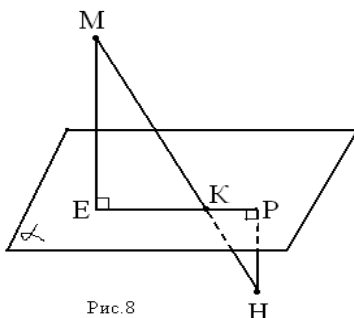


Рис. 8

Решение:

- 1) Т.к. прямые ME и HP перпендикулярны к плоскости α , то $ME \parallel HP$ (обосновать) и через них проходит некоторая плоскость β . $\alpha \cap \beta = EK$;
- 2) $ME \perp EK$; $HP \perp EK$ (обосновать), т.е. $\angle MEK = \angle HPK = 90^\circ$;
- 3) $\triangle HPK$: $KP = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ см;

4) $\angle EMK = \angle PHK$ (накрест лежащие для параллельных прямых ME и HP и секущей MH),

тогда $\triangle MEK \sim \triangle HPK$ по двум углам и $\frac{ME}{HP} = \frac{EK}{PK}$; т.е. $\frac{12}{4} = \frac{EK}{3} \Rightarrow EK = \frac{12 \cdot 3}{4} = 9$ см,

$$PE = PK + KE, PE = 3 + 9 = 12 \text{ см.}$$

Ответ: $PE = 12$ см.

7. Через вершины A и B прямоугольника $ABCD$ проведены параллельные прямые AA_1 и BB_1 , не лежащие в плоскости прямоугольника. Известно, что $AA_1 \perp AB$, $AA_1 \perp AD$. Найдите B_1B , если $B_1D = 25$ см, $AB = 12$ см, $AD = 16$ см.

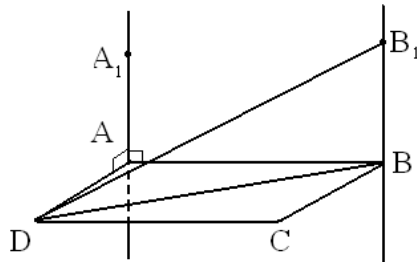


Рис. 9

Решение:

1) $AA_1 \perp AB$, $AA_1 \perp AD$, а $AB \cap AD = A \Rightarrow AA_1 \perp (ABC)$ (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости),

а т.к. $AA_1 \parallel BB_1$, то $BB_1 \perp (ABC) \Rightarrow BB_1 \perp BD$;

2) $\triangle ABD$: $\angle BAD = 90^\circ$. По теореме Пифагора:

$$BD = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20 \text{ см;}$$

3) $\triangle B_1BD$ – прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$B_1B = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ см.}$$

Ответ: 15 см.

8. Через вершины A и B ромба $ABCD$ проведены параллельные прямые AA_1 и BB_1 , не лежащие в плоскости ромба. Известно, что $BB_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AB$. Найдите A_1A , если $A_1C = 13$ см, $BD = 16$ см, $AB = 10$ см.

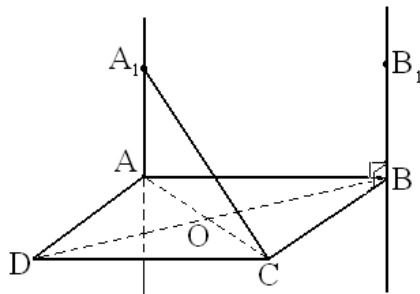


Рис. 10

Решение:

1) $BB_1 \perp AB$, $BB_1 \perp BC$, а $AB \cap BC = B \Rightarrow BB_1 \perp (ABC)$ (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости), а т.к. $BB_1 \parallel AA_1$, то $AA_1 \perp (ABC) \Rightarrow AA_1 \perp AC$;

2) Используя свойство диагоналей ромба, имеем в $\triangle AOB$: $\angle AOB = 90^\circ$, $BO = \frac{1}{2} BD = 8$ см. По теореме Пифагора:

$$AO = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ см,}$$

$$AO = \frac{1}{2} AC \Rightarrow AC = 12 \text{ см;}$$

3) $\triangle A_1AC$ – прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$AA_1 = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ см.}$$

Ответ: 5 см.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 3. Координаты и векторы.

Практическое занятие №6

«Векторы в пространстве».

Цели занятия:

- Закрепить знания о векторах в пространстве и их свойствах.
- Научиться выполнять операции с векторами.
- Развить навыки решения задач на основе векторной алгебры.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Сложение векторов

Даны векторы $\vec{a}=(2,3,-1)$ и $\vec{b}=(-1,4,2)$. Найдите сумму этих векторов $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$

2. Даны векторы $\vec{a}=(2,-3,4)$ и $\vec{b}=(5,6,-1)$. Найдите сумму этих векторов $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$

3. Вычитание векторов

Найдите разность векторов $\vec{a}=(5,-2,1)$ и $\vec{b}=(3,0,-4)$. Определите вектор $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$.

4. Найдите разность векторов $\vec{c}=(7,0,3)$ и $\vec{d}=(2,-1,5)$.

5. Умножение вектора на число

Умножьте вектор $\vec{a}=(4,-3,2)$ на число $k=3$. Найдите новый вектор $\vec{e}=\vec{ka}$.

6. Скалярное произведение

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}=(1,2,3)$ и $\vec{b}=(4,-5,6)$.

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{u}=(1,2,3)$ и $\vec{v}=(4,-5,6)$.

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{x}=(0,-1,2)$ и $\vec{y}=(3,4,-5)$.

7. Расстояние между точками

Найдите расстояние между точками $A(1,2,3)$ и $B(4,-5,6)$. Используйте формулу для нахождения расстояния между двумя точками:

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = |x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A|$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 7

Сварка стыкового соединения в горизонтальном и вертикальном положении. « Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости»

Цели занятия:

- Научиться применять знания о координатной плоскости для решения практических задач.
- Развить навыки анализа и интерпретации данных.
- Углубить понимание геометрических понятий через практические примеры.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. На координатной плоскости заданы две точки: A(2, 3) и B(6, 7). Студент должен выполнить стыковую сварку между этими двумя точками. Вопрос: Каковы координаты середины отрезка АВ, который представляет собой сварной шов?

Решение:

Координаты середины отрезка можно найти по формуле:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Подставим значения:

$$M\left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = M(4,5)$$

2. Студент выполняет сварку между точками C(1, 1) и D(4, 5). Вопрос: Какова длина сварного шва?

Решение:

Длину отрезка CD можно найти по формуле:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Подставим значения: $d = \sqrt{25} = 5$

3. Студент выполняет сварку между точками E(0, 0) и F(3, 4). Вопрос: Каков угол между сварным швом и осью X?

Решение:

$$\tan(\alpha) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53,13^\circ$$

4. Студент выполняет сварку, образующую треугольник с вершинами G(1, 1), H(5, 1) и I(3, 4). Вопрос: Какова площадь треугольника, образованного этими точками?

Решение:

Площадь треугольника можно найти по формуле:

$$S = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_1) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

Подставим значения:

$$S = 6$$

5. Студенту необходимо выполнить стыковую сварку двух стальных труб диаметром 50 мм в горизонтальном положении. Сварка должна быть выполнена с использованием электрода диаметром 3 мм. Какова должна быть скорость сварки, если время, отведенное на сварку, составляет 10 минут, а длина шва составляет 2 метра?

Решение:

Общая длина шва по условию задачи составляет 2 метра, 10 минут=600 секунд, тогда скорость сварки находится отношением длины шва ко времени выполнения сварочного шва. Что составляет $\frac{1}{300}$ м/с $\approx 0,00333$ м/с

6. Определение координат точек

На координатной плоскости даны следующие точки:

- A(3,4)
- B(-2,-1)
- C(0,5)

Вопросы:

1. В какой четверти находятся каждая из точек?
2. Найдите расстояние между точками A и B.

Решение:

- Точка A(3,4) находится в первой четверти (оба значения положительные).
- Точка B(-2,-1) находится в третьей четверти (оба значения отрицательные).

- Точка C(0,5) находится на оси Y (абсцисса равна нулю).

Расстояние между точками A и B

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{((-2) - 3)^2 + ((-1) - 4)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

7. Построение фигур

На координатной плоскости необходимо построить треугольник с вершинами в точках:

- A(1,1)
- B(4,1)
- C(2,3)

Вопросы:

1. Найдите длины сторон треугольника.
2. Определите площадь треугольника.

Решение:

Длины сторон:

- Длина стороны AB

$$AB = \sqrt{(4 - 1)^2 + (1 - 1)^2} = 3$$

- Длина стороны AC:

$$AC = \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{5}$$

- Длина стороны BC:

$$BC = \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2} = 2\sqrt{2}$$

Площадь треугольника можно найти по формуле:

$$2. S = \frac{1}{2} x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$$

Подставляем координаты:

$$S=3$$

$$S = \frac{1}{2} 1(1 - 3) + 4(3 - 1) + 2(1 - 1) = 3$$

8. Неравенства на плоскости

Необходимо выделить область на координатной плоскости, удовлетворяющую следующим неравенствам:

- $x > 0$
- $y < x + 3$

Вопросы:

1. Определите границы области.
2. Изобразите область на координатной плоскости.

Решение:

1. Границы области:
 - Неравенство $x > 0$: это правая полуплоскость (все точки справа от оси Y).
 - Неравенство $y < x + 3$: это область ниже прямой, проходящей через точки (0,3) и (-3,0).
- Таким образом, область будет находиться в правой части плоскости под прямой.

9. Применение векторов

На координатной плоскости заданы два вектора:

Вектор A(3,-4)

Вектор B(-6,8)

Вопросы:

1. Найдите сумму векторов.
2. Вычислите угол между векторами.

Решение:

1. Сумма векторов:

$$C = A + B = (3 + (-6), -4 + 8) = (-3, 4)$$

Угол между векторами можно найти с помощью скалярного произведения:

$$\cos \alpha = \frac{A * B}{|A||B|}$$

Скалярное произведение:

$$A \cdot B = (3)(-6) + (-4)(8) = -18 - 32 = -50$$

Длины векторов:

$$|A| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5, |B| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$$

Таким образом,

$$\cos \alpha = \frac{-50}{5 * 10} = -1$$

Угол равен 180°

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 4. Основы тригонометрии. Тригонометрическая функция.

Практическое занятие № 8.

«Радианная и градусная мера угла».

Цели занятия:

- Закрепить знания о радианной и градусной мере угла.
- Развить навыки перевода углов между радианной и градусной мерами.
- Научиться применять формулы для перевода углов в практических задачах.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Перевод из градусной меры в радианную

Переведите в радианную меру следующие углы

а) 30° б) 90° в) 180° г) 57° д) 124° е) 210°

Решение:

Для перевода градусов в радианы используется формула:

$$x = \frac{\pi \alpha}{180^\circ}$$

$$30^\circ = \frac{\pi * 30}{180} = \frac{\pi}{6}$$

2. Перевод из радианной меры в градусную

Найдите градусную меру угла, если:

а) $\frac{\pi}{4}$ б) $\frac{3\pi}{2}$ в) 2π г) $\frac{\pi}{3}$ д) $\frac{\pi}{6}$

Решение:

Для перевода радианов в градусы используется формула:

$$\alpha = \frac{180^\circ * x}{\pi}$$

$$a) \frac{\pi}{4} = \frac{180^\circ * \pi}{\pi 4} = 45^\circ$$

3. Найдите радианную меру угла

Задачи на применение формул

- Найдите радианную меру угла, равного 135°
- Найдите градусную меру угла, равного $-\frac{\pi}{3}$
- Определите, сколько радианов соответствует углу, равному 225°

4. Найдите градусную меру угла

Найдите градусную меру угла, если:

$$a) - \frac{\pi}{2}$$

$$б) \frac{5\pi}{6}$$

$$в) - \frac{3\pi}{4}$$

5. Найдите радианную меру угла по длине дуги

Найдите радианную меру угла, который соответствует дуге окружности длиной 10 см, если радиус окружности равен 5 см.

Решение:

Формула для нахождения радианной меры угла:

$$\alpha = \frac{S}{r}$$

где:

- $s=10$ см (длина дуги)
- $r=5$ см (радиус) Подставляем значения: $\alpha = \frac{10}{5} = 2$ (рад)

6. Работа с единичной окружностью:

Постройте единичную окружность и отметьте на ней следующие углы в радианах:

$$0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi$$

Переведите эти углы в градусы.

Эти задания помогут закрепить знания о радианной и градусной мерах углов, а также научат применять формулы для перевода между этими мерами.

.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 9.

«Синус и косинус двойного угла».

Цели занятия:

- Закрепить знания о формулах синуса и косинуса двойного угла.
- Научиться применять эти формулы для решения практических задач.
- Развить навыки преобразования тригонометрических выражений.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Применение формул

Вычислите значение синуса и косинуса двойного угла для угла 30° :

а) Найдите $\sin(2 \cdot 30^\circ)$

б) Найдите $\cos(2 \cdot 30^\circ)$

Решение:

Используем формулы:

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$$

$$\text{а) } \sin(60^\circ) = \sin(30^\circ)\cos(30^\circ) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{б) } \cos(60^\circ) = \cos^2(30^\circ) - \sin^2(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

2. Преобразование выражений

Упростите выражение с использованием формул двойного угла:

а) Упростите $\sin(2x)$

б) Упростите $\cos(2x)$

Решение:

$$\text{а) } \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\text{б) } \cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

3. Нахождение значений тригонометрических функций

Если известно, что $x = 45^\circ$ найдите:

а) $\sin 90^\circ$

б) $\cos 90^\circ$

в) $\sin(90^\circ + x)$

г) $\cos(90^\circ + x)$

Решение:

$$\text{а) } \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{б) } \cos 90^\circ = 0$$

$$\text{в) } \sin(90^\circ + 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{г) } \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. Найдите значения следующих выражений, используя формулы двойного угла:

- $\sin 60^\circ$
- $\cos 45^\circ$
- $\tan 30^\circ$

5. Решите уравнение:

$$2 \sin x \cos x = 1.$$

Найдите все возможные значения x в интервале $[0, 360^\circ]$

6. Проверка формул:

Проверьте, верна ли формула для синуса двойного угла при $\alpha = 30^\circ$

Вычислите $\sin 60^\circ$ и сравните с $2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ$.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 10

«Преобразование простейших тригонометрических выражений».

Цели занятия:

- Закрепить знания о тригонометрических функциях и их свойствах.
- Научиться применять правила преобразования тригонометрических выражений.
- Развить навыки упрощения и преобразования тригонометрических функций.
- Способствовать формированию умений устанавливать связи между различными тригонометрическими функциями и их графиками.
- Развивать навыки самостоятельной работы и самоконтроля при выполнении заданий.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Преобразование тригонометрических функций

Упростите следующие тригонометрические выражения, используя основные тригонометрические тождества.

1. $\sin^2 x + \cos^2 x$
2. $1 + \operatorname{tg}^2 x$
3. $2 \sin x \cos x$

2. Применение формул приведения

Преобразуйте каждое из следующих выражений, используя формулы приведения.

1. $\sin(-x)$
2. $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$
3. $\tan(\pi + x)$
4. $\cot(-x)$

3. Сложение и вычитание углов

Используя формулы сложения и вычитания углов, упростите следующие выражения.

1. $\sin(a + b)$
2. $\cos(a - b)$
3. $\tan(a + b)$
4. $\sin(a - b) + \sin(a + b)$

4. Преобразование произведений в суммы

Преобразуйте следующие произведения тригонометрических функций в суммы или разности.

1. $\sin x \cos y$
2. $\cos x \sin y$
3. $2 \sin x \sin y$
4. $2 \cos x \cos y$

5. Упрощение сложных выражений

Упростите следующие сложные тригонометрические выражения.

1. $\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} + \tan^2 x$
2. $1 - \cos^2 x \sin^2 x + 2 \sin^2 x$
3. $3 \tan x - 3 \tan^3 x = 3 \tan x (1 - \tan^2 x)$

6. Решение уравнений

Решите следующие тригонометрические уравнения, используя преобразования тригонометрических выражений.

1. $2 \sin^2 x - 1 = 0$
2. $\operatorname{tg}^2 x - 1 = 0$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №11

«Преобразование графиков тригонометрических функций»

Цели занятия:

- Закрепить знания о преобразованиях графиков тригонометрических функций.
- Научиться применять формулы для изменения графиков (перенос, растяжение, сжатие).
- Развить навыки построения и анализа графиков тригонометрических функций.
- Способствовать развитию логического мышления и аналитических навыков при работе с графиками.

- Развивать способность анализировать изменения в графиках тригонометрических функций в результате различных преобразований.
- Формировать интерес к математике и тригонометрии как важной части науки.
- Воспитывать настойчивость и упорство в достижении целей при решении задач.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления..

Задания:

Параллельный перенос графика

1. Постройте графики следующих функций на одном координатном поле:

- а) $y = \sin(x)$
- б) $y = \sin(x) + 2$ (перенос на 2 единицы вверх)
- в) $y = \sin(x) - 1$ (перенос на 1 единицу вниз)

Решение:

- График функции $y = \sin(x)$ будет стандартной синусоидой.
- График $y = \sin(x) + 2$ будет сдвинут вверх на 2 единицы.
- График $y = \sin(x) - 1$ будет сдвинут вниз на 1 единицу.

Растяжение и сжатие графика

1. Постройте графики следующих функций:

- а) $y = \cos x$
- б) $y = 2\cos x$ (растяжение вдоль оси Y в 2 раза)
- в) $y = \frac{1}{2}\cos x$ (сжатие вдоль оси Y в 2 раза)

Решение:

- График функции $y = \cos x$ будет стандартной косинусоидой.
- График $y = 2\cos x$ будет растянут по вертикали, достигая значений от -2 до 2.
- График $y = \frac{1}{2}\cos x$ будет сжат по вертикали, достигая значений от -0.5 до 0.5.

Сжатие и растяжение по оси X

1. Постройте графики следующих функций:

- а) $y = \tan x$
- б) $y = \tan 2x$ (сжатие вдоль оси X в 2 раза)
- в) $y = \tan \frac{1}{2}x$ (растяжение вдоль оси X в 2 раза)

Решение:

- График функции $y = \tan x$ будет стандартным графиком тангенса.
- График $y = \tan 2x$ будет сжат по горизонтали, период уменьшится в два раза.
- График $y = \tan \frac{1}{2}x$ будет растянут по горизонтали, период увеличится в два раза.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №12.

Определение по графикам сварки изделий швами: встык, в тавр, в угол, без скоса и со скосом кромок.

«Описание производственных процессов с помощью графиков функции».

Цели занятия:

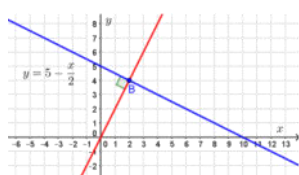
- Ознакомить учащихся с методами описания производственных процессов с использованием графиков функций.
- Научить строить и анализировать графики, отражающие зависимости между различными параметрами производственного процесса.
- Развить навыки применения математических моделей для оптимизации процессов.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. На графике представлен шов сварки двух деталей. Определите тип сварки: в стык, в тавр, в угол, без скоса или со скосом кромок.



Ответ: сварка в угол.



2. На графике представлен шов сварки двух деталей со скосом кромок. Определите угол скоса, если длина скоса составляет 3 см, а ширина детали - 5 см.

(График: две прямые, пересекающиеся под углом, с обозначением длины скоса и ширины детали)

Ответ: угол скоса можно найти, используя тригонометрические функции (например, тангенс).

Построение графика производственной функции

1. Постройте график производственной функции, используя данные:

- Объем производства (Q) в зависимости от количества труда (L):
- $L = 0, Q = 0$
- $L = 1, Q = 10$
- $L = 2, Q = 18$
- $L = 3, Q = 24$
- $L = 4, Q = 28$

Решение:

- Постройте график зависимости Q от L на координатной плоскости. Обозначьте точки и соедините их плавной линией.

2. Анализ графика

На основе построенного графика производственной функции ответьте на вопросы:

- Как изменяется объем производства при увеличении количества труда?
- В какой момент наблюдается убывающая отдача от труда?

Решение:

- Проанализируйте график и укажите, что объем производства увеличивается с увеличением труда, но темпы роста начинают замедляться после определенного уровня труда.

3. Оптимизация производственного процесса

Используя график функции, найдите оптимальное количество труда (L), при котором объем производства максимален.

- Предположим, что максимальная эффективность достигается при $L = 3$.

Решение:

- Укажите значение L и соответствующий объем Q из графика. Объясните, почему именно это значение является оптимальным (например, максимизация прибыли или минимизация затрат).

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №13.

«Простейшие тригонометрические неравенства».

Цели занятия:

- Ознакомить учащихся с понятиями тригонометрических функций и их свойствами, а также с основами тригонометрических неравенств.
- Научить учащихся решать простейшие тригонометрические неравенства, используя различные методы, такие как преобразование неравенств и графический анализ.
- Научиться определять промежутки значений переменной, при которых тригонометрические функции принимают заданные значения.
- Развить навыки работы с графиками тригонометрических функций для визуализации решений неравенств.
- Освоить применение основных тригонометрических формул и тождеств для упрощения неравенств.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

.Задания:

1. Решите неравенство:
 $\sin x < \frac{1}{2}$
 Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

2. Решите неравенство:
 $\cos x \geq 0$
 Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

3. Решите неравенство:
 $\tan x > 1$
 Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

7. Решите неравенство:
 $\tan x < 0$

4. Решите неравенство:
 $\sin^2 x + \cos^2 x \leq 1$
 Доказать, что это неравенство верно для всех x .

5. Решите неравенство:
 $\sin x > 0$
 Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

6. Решите неравенство:
 $\cos x \leq \frac{1}{2}$
 Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

8. Решите уравнение:
 $\sin(x) + \frac{1}{2} > 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

9. Решите неравенство:
 $2\sin x - 1 \leq 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

10. Решите неравенство:
 $\cos 2x < 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, \pi)$.

11. Решите неравенство
 $\sin x \geq 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

12. Решите неравенство
 $\cos x \leq \frac{1}{2}$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

13. Решите уравнение:
 $\sin^2 x - \frac{1}{4} \geq 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

14. Решите неравенство:
 $2\cos x + 1 > 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

15. Решите неравенство
 $\sin 2x \leq 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, \pi)$

16. Решите неравенство:
 $\cos^2 x - \sin^2 x \geq 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$.

17. Решите неравенство:
 $\sin x + \sin 2x < 0$
Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №14.

«Решение систем тригонометрических уравнений»

Цели занятия:

- Углубить знания о свойствах тригонометрических функций (синус, косинус, тангенс) и их графиках.
- Изучить периодичность и симметрию тригонометрических функций.
- Освоить методы решения систем тригонометрических уравнений, включая использование подстановок и преобразований.
- Научиться находить все возможные решения в заданных интервалах.

Задания:

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 1 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$2. \begin{cases} \tan x = 1 \\ \sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$3. \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$4. \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = 0 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$5. \begin{cases} \sin x + \sin 2x = 0 \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$6. \begin{cases} \cos x + \sin x = 0 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$7. \begin{cases} \sin x + \sin 2x = 0 \\ \cos 2x = -1 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$8. \begin{cases} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin 3x = 0 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$9. \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \\ \sin x - \cos x = 0 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

$$10. \begin{cases} \sin x = \cos x \\ \sin 2x = 1 \end{cases}$$

Найдите все значения x в интервале $[0, 2\pi)$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 5. Комплексные числа.

Практическое занятие №15

«Примеры использования комплексных чисел».

Цели занятия:

- Закрепить знания по теме «Комплексные числа»
- Научить выполнять арифметические операции с комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление) и применять эти навыки в расчетах.
- Показать, как комплексные числа могут быть использованы для решения задач в финансовых расчетах, таких как анализ процентных ставок и оценка рисков.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Основные операции с комплексными числами

1. Выполните следующие операции с комплексными числами:

- $z_1 = 4 + 3i$
- $z_2 = 2 - 5i$

Найдите:

- a) $z_1 + z_2$
- b) $z_1 - z_2$
- c) $z_1 * z_2$
- d) $\frac{z_1}{z_2}$

2. Применение в финансах

Предположим, что доходность инвестиционного портфеля описывается комплексным числом:

$$R = 5\% + 10\%$$

где i — это мнимая единица, представляющая риски.

Найдите модуль доходности портфеля.

$$\text{Решение: } R = \sqrt{(5)^2 + (10)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

3. Решение квадратного уравнения

Решите уравнение:

$$z^2 + (2 + 3i)z + (5 - i) = 0$$

и найдите корни уравнения.

4. Применение в оценке рисков

В рамках анализа рисков, предположим, что риск определенной инвестиции можно представить как комплексное число:

$$R_{инв} = 0,05 + 0,02i$$

где реальная часть — это ожидаемая доходность, а мнимая часть — это риск.

Найдите модуль риска.

Решение: Для риска $R_{инв} = 0,05 + 0,02i$

Модуль риска:

$$|R_{инв}| = \sqrt{0,05^2 + 0,02^2} = \sqrt{0,0029} \approx 0,0539$$

1. Применение в финансовых расчетах

Предположим, что вы анализируете два инвестиционных проекта, представленных в виде комплексных чисел, где действительная часть — это ожидаемая прибыль, а мнимая часть — это риски:

Проект А: $P_A = 100 + 30i$

Проект В: $P_B = 80 - 20i$

- Найдите общую ожидаемую прибыль и общий риск для обоих проектов, а также разницу между ними.

2. Запишите комплексное число в тригонометрической форме.

$$z = 4 + 4\sqrt{3}i$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 16.

«Выполнение расчетов с помощью комплексных чисел».

Цели занятия:

- Ознакомить с определением комплексных чисел, их алгебраической и тригонометрической формами, а также с основными операциями над ними.
- Научить выполнять основные арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, деление) с комплексными числами и находить их сопряженные.
- Освоить преобразование комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую и наоборот.
- Уметь решать квадратные уравнения и другие уравнения с комплексными числами.
- Стимулировать развитие логического мышления через анализ и решение задач на комплексные числа.
- Способствовать развитию самостоятельности учащихся в изучении темы через практические задания и групповые упражнения

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

3. Вычислите сумму следующих комплексных чисел:

$$z_1 = 3 + 4i$$

$$z_2 = 1 - 2i$$

4. Вычислите разность следующих комплексных чисел:

$$z_1 = 5 + 6i$$

$$z_2 = 2 + 3i$$

5. Вычислите произведение следующих комплексных чисел:

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = 4 - i$$

6. Вычислите частное следующих комплексных чисел:

$$z_1 = 7 + 2i$$

$$z_2 = 3 - i$$

7. Найдите модуль следующего комплексного числа:

$$z = -4 + 3i$$

8. Найдите сопряженное (конъюгированное) значение следующего комплексного числа:

$$z = 6 - 5i$$

9. Приведите к алгебраической форме следующее выражение:

$$z = e^{i\frac{\pi}{4}}$$

10. Решите уравнение:

$$z^2 + (3 - i)z + (2 + i) = 0$$

11. Представьте следующие комплексные числа в тригонометрической форме:

$$z_1 = 5 + 6i$$

$$z_2 = -1 - \sqrt{3}i$$

$$z_3 = 2 - 2i$$

12. Выполните сложение:

$$z_1 = 3 + 4i, \quad z_2 = 1 - 2i$$

Найдите $z_1 + z_2$

13. Выполните вычитание:

$$z_1 = 5 - 3i, \quad z_2 = 2 + i$$

Найдите $z_1 - z_2$

14. Выполните умножение:

$$z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = 4 - i$$

Найдите $z_1 \times z_2$

15. Выполните деление:

$$z_1 = 7 + 5i, \quad z_2 = 3 - 2i$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 6. Производная функции, ее применение.

Практическое занятие №17

«Формулы дифференцирования».

Цели занятия:

- Ознакомить студентов с основными понятиями, связанными с производной функции, и формулами дифференцирования.
- Научить студентов применять формулы дифференцирования для нахождения производных различных функций.
- Уметь находить производные тригонометрических функций.
- Способствовать развитию практических навыков работы с функциями и их производными.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Применение основных формул дифференцирования

1. Найдите производные следующих функций, используя основные правила:

- а) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 4x - 7$
- б) $g(x) = \frac{1}{3}x^{-2} + 4\sqrt{x}$
- в) $h(x) = \sin x + \cos 2x$
- д) $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 2x - 7$
-

2. Производные тригонометрических функций

Для функции:

$$h(x) = \sin^2 x + \cos x$$

Найдите производную $h'(x)$.

Для функции:

$$g(x) = \sin 2x + \cos 3x$$

Найдите производную $g'(x)$

3. Найдите производную функции:

$$f(x) = (x^2 + 1)(2x - 3)$$

4. Найдите производную функции:

$$g(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 4}$$

$$k(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$$

$$q(x) = \frac{\sin x}{x^2}$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №18

«Правила дифференцирования».

Цели занятия:

- Ознакомить студентов с понятием производной и основными правилами дифференцирования, которые позволяют находить производные различных функций.
- Научить студентов применять правила дифференцирования к различным типам функций для нахождения их производных.
- Использование правила произведения и частного: Научиться применять правила произведения и частного для нахождения производных сложных функций.
- Стимулировать развитие логического мышления через решение задач на дифференцирование.
- Способствовать развитию практических навыков работы с функциями и их производными.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Правило произведения

1. Используя правило произведения, найдите производную функции:

$$f(x) = (3x^2 + 2)(x^3 - 4)$$

Правило частного

2. Найдите производную функции, используя правило частного:

$$g(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2 - 1}$$

Правило произведения с несколькими множителями

3. Используя правило произведения, найдите производную функции:

$$f(x) = (x^2 + 1)(2x - 3)(x + 4)$$

Правило частного с тригонометрическими функциями

4. Найдите производную функции, используя правило частного:

$$g(x) = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$$

$$k(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №19

«Производная сложной функции».

Цели занятия:

- Научиться применять правила произведения и частного для нахождения производных сложных функций.
- Закрепление теоретического материала по теме «Производная сложной функции».
- Приобретение практических навыков по вычислению производной сложных

функций.

- Подготовить студентов к более сложным темам в математическом анализе и смежных дисциплинах, где требуется знание производных.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Найдите производную функции

а) $y = (2x - 5)^3$

Решение:

$$y' = 3(2x - 5)^2 * (2x - 5)' = 3(2x - 5)^2 * 2 = 6(2x - 5)^2$$

б) $y = 15\sqrt[5]{(3x - 8)^4}$

в) $f(x) = (2x^7 - 3x + 5)^{-1}$

г) $f(x) = 5x + e^{3x}$

2. Найдите производные следующих тригонометрических функций:

а) $y = \tan(2x + 1)$

б) $y = \sin^2 x$

в) $y = \cos(4x^2 - x)$

3. Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0

$f(x) = e^{3x-2}$, $x_0 = \frac{2}{3}$

$f(x) = e^{2x-4}$, $x_0 = 2$

$f(x) = 2^{x+3}$, $x_0 = 1$

4. Найдите производную функции

$y = \sin(2x^2 + 3x)$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x+3)^2}$$

$$f(x) = \operatorname{ctg}(x^4 - 5)$$

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$$

$$f(x) = e^{12x-3x+2}$$

$$f(x) = \sqrt[5]{(2x-9)^3}$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №20

«Исследование функции и построение графиков».

Цели занятия:

- Понять геометрический смысл производной как углового коэффициента касательной к графику функции.
- Изучить алгоритмы применения производной для анализа функций и решения профессиональных задач.
- Научиться использовать производную для решения прикладных задач, таких как нахождение касательных, экстремумов функций, оптимизация процессов.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Определение производной

1. Исследуйте функцию

$$f(x) = x^2 + 3x - 4$$

Найдите производную функции

Определите критические точки

2. Исследуйте функцию

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

Найдите производную функции

Определите критические точки

3. Исследуйте функцию

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Найдите область определения функции

Найдите производную функции

Определите критические точки

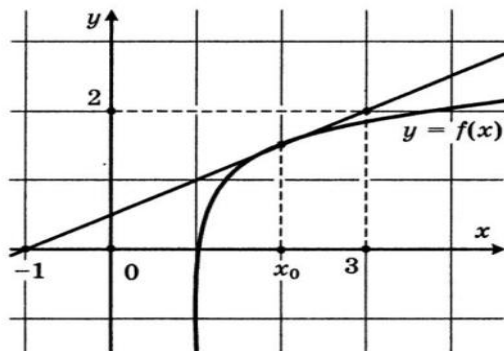
4. Экстремумы функции

Определите максимумы и минимумы функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$.

Решение:

- Найдите производную $f'(x)$.
- Найдите точки, где $f'(x) = 0$.
- Используйте второй производный тест для определения типа экстремума.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 2. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = 2$.



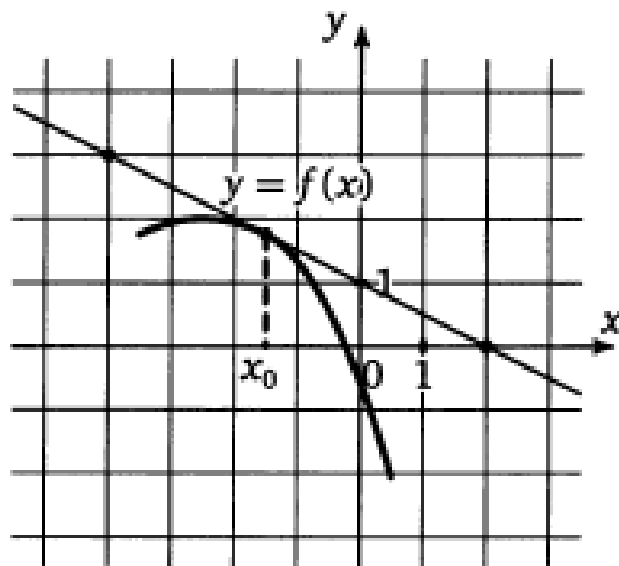
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

α – острый $\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha > 0$

$$f'(x_0) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: $f'(2) = 0,5$

5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha, \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{3}{6} = -0,5.$$

Ответ: -0,5

6. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 2x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$

Решение:

Найдем $f(x_0)$: $f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3, f(a) = -3$

Найдем $f'(x)$ и $f'(x_0)$: $f'(x) = 2x - 2, f'(x_0) = 2$

Подставим найденные числа $x_0, f'(x_0)$, в общее уравнение касательной $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$:

$$y = -3 + 2(x - 2)$$

$$y = -3 + 2x - 4$$

$$y = 2x - 7 \text{ - уравнение касательной}$$

Ответ: $y = 2x - 7$

7. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$h(x) = \sin x + \frac{1}{2}x$$

8. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$f(x) = x^2 - 3x - 4$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №21
«Исследование функции и построение графиков».

Цели занятия:

- Систематизировать и обобщить знания учащихся о свойствах функций, включая область определения, область значений, нули функции, четность и периодичность.
- Использовать производную для исследования функций, включая нахождение экстремумов, интервалов возрастания и убывания, а также выпуклости и вогнутости.
- Освоить навыки построения графиков функций на основе результатов их исследования.
- Развивать умение анализировать функции и их графики, выявлять закономерности и делать выводы на основе проведенного исследования.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Полное исследование функции

1. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 1}$

Решение:

1. Найдите область определения функции.
2. Определите точки разрыва.
3. Найдите горизонтальные и вертикальные асимптоты.
4. Найдите точки пересечения с осями координат.
5. Исследуйте функцию на четность и периодичность.
6. Найдите производную и определите критические точки.
7. Найдите точки перегиба и интервалы выпуклости/вогнутости.
8. Постройте график функции.

Экстремумы функции

2. Исследуйте функцию $g(x) = x^4 - 8x^2 + 16$

Решение:

1. Найдите область определения функции.
2. Вычислите производную и найдите критические точки.
3. Определите, где функция достигает локальных максимумов и минимумов.
4. Постройте график функции, отмечая экстремумы.

Исследование тригонометрической функции

3. Исследуйте функцию $h(x) = \sin 2x + \cos x$

Решение:

1. Найдите область определения функции.
2. Определите периодичность функции.
3. Найдите точки пересечения с осями координат.
4. Вычислите производную и найдите критические точки.
5. Постройте график функции.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.
-

Практическое занятие №22

«Исследование функции на монотонность и построение графиков».

Цели занятия:

- Систематизировать и обобщить знания учащихся о свойствах функций, включая область определения, нули, наибольшее и наименьшее значения, возрастание и убывание.
- Формировать умения исследовать функции с использованием производной для нахождения критических точек и определения монотонности.
- Научить учащихся строить графики функций на основе результатов их исследования.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Для исследования монотонности функций лучше всего использовать следующие типы функций и методы:

1. Целые рациональные функции

Функции, такие как $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, легко дифференцируемы и позволяют находить производные, что упрощает анализ их поведения.

2. Тригонометрические функции

Тригонометрические функции, например, $g(x) = \sin x$ или $g(x) = \cos x$ также хорошо поддаются исследованию на монотонность благодаря их периодичности и известным свойствам производной.

Методы исследования монотонности:

- **Производная:** Основной метод заключается в нахождении производной функции $f'(x)$. Если $f'(x) > 0$, функция возрастает; если $f'(x) < 0$, функция убывает.
- **Критические точки:** Найдите критические точки, где производная равна нулю или не существует, чтобы определить интервалы монотонности.
- **Сравнение значений:** Можно также использовать алгоритм сравнений значений функции в разных точках для определения её поведения на интервалах

Эти функции и методы помогут эффективно исследовать монотонность в различных математических задачах.

1. Исследовать функцию $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 7$

Решение:

Найдем производную: $f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$

Решаем уравнение: $6(x^2 - 5x + 6) = 0$

Критические точки: $x_1 = 2, x_2 = 3$

Определим знаки производной, для этого разделим числовую прямую на интервалы: $(-\infty, 2), (2, 3), (3, +\infty)$

На интервале $(-\infty, 2)$ и $(3, +\infty)$ (функция возрастает)

На интервале $(2, 3)$: $f'(x) < 0$ (функция убывает)

На интервале $(3, +\infty)$: $f'(x) > 0$ (функция снова возрастает)

Построить график функции.

2. Исследовать функцию на монотонность и построить график

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

3. Исследовать функцию на монотонность и построить график

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

4. Найдите экстремумы функции

$$y = x^3 + 6x^2 - 15x - 3$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №23

«Применение производной для решения практикоориентированных задач в профессии сварщика»

Цели занятия:

- Закрепить знания о производной.
- Показать значение производной для профессии сварщика
- Понимание основ производной: ознакомление с понятием производной как инструмента для анализа изменения функций, что важно для оценки прочности сварных швов.
- Научиться находить максимумы и минимумы функций, что поможет сварщикам оптимизировать свои процессы и улучшить качество сварки.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Из листа бумаги размером 26×20 (см) изготовить коробку наибольшего объема.

Решение: $V = abc$

$$c = x$$

$$a = 26 - 2x$$

$$b = 20 - 2x$$

$$V(x) = (26 - 2x)(20 - 2x)x = 520x - 40x^2 - 52x^2 + 4x^3$$
$$x \in [0; 10]$$

Находим производную и решаем квадратное уравнение. Получаем корни уравнения

$$x_1 = 11,6 \quad x_2 = 3,7$$

Находим значение $V(x)$ в этих точках, т.е. в точке $x = 3,7$.

$$V(3,7) = 867 (\text{см}^3)$$

Ответ: при $x=3,7$ см объем коробки наибольший.

2. Сварщик должен выполнить сварочный шов длиной x метров. Он заметил, что время, необходимое для выполнения шва, зависит от его длины по формуле:
 $t(x) = 2x^2 + 3x + 5$. Найдите производную функции времени $t(x)$ и определите, при какой длине шва время выполнения будет минимальны.

Решение:

Найдем производную:

$$t'(x) = 4x + 3$$

Найдем критическую точку, приравняв производную к нулю:

$$4x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \text{ (не имеет смысла, так как длина шва не может быть}$$

отрицательной). Исследуем поведение функции на интервале $x \geq 0$, при $x = 0$, $t(0) = 5$
При $x \rightarrow \infty$, $t(x) \rightarrow \infty$. Следовательно, минимальное время выполнения шва будет при $x=0$.

3. Сварщик использует два типа сварочных материалов, и прочность соединения p (в мегапаскалях) можно выразить через количество использованного первого материала x и второго материала y по формуле: $p(x, y) = 10\sqrt{x} + 15\sqrt{y}$. Найдите частные производные p по x и y и определите, как изменяется прочность соединения при изменении количества каждого материала. (Ответ: прочность соединения увеличивается при увеличении x и y , так как обе производные положительны для $x > 0$ и $y > 0$)

4. Затраты на сварку c в зависимости от количества сварочных швов n можно описать функцией: $c(n) = 100n + 50n^2$. Найдите производную функции затрат $c(n)$ и определите, при каком количестве швов затраты начинают расти быстрее. (Ответ: Затраты начинают расти быстрее при $n > 0$).

5. Температура сварки t влияет на прочность шва. Прочность s (в мегапаскалях) можно выразить через температуру по формуле: $s(t) = -0,1t^2 + 10t - 20$. Найдите производную функции прочности $s(t)$ и определите, при какой температуре прочность шва максимальна.

Решение: находим производную.

$$s'(t) = -0,2t + 10 .$$

Находим критическую точку (приравниваем производную к 0). $-0,2t + 10 = 0$
 $t=50$

Проверим, что это максимум, исследуя вторую производную (возьмем еще раз производную).

$$s'(t) = (-0,2t + 10)' = -0,2 < 0 \text{ (максимум)}$$

6. Объем сварного шва V в зависимости от его высоты h и ширины b можно выразить как: $V(h, b) = hb^2$. Найдите частные производные V по h и b и проанализируйте, как изменение высоты и ширины влияет на объем шва. (Ответ: Объем шва увеличивается при увеличении как высоты h , так и ширины b).

7. Сварщик выполняет швы с различной скоростью, которая зависит от длины шва l по формуле: $v(l) = 10 - 0,5l$. Найдите производную функции скорости $v(l)$ и определите, при какой длине шва скорость работы будет максимальной. (Ответ: Скорость работы уменьшается с увеличением длины шва, максимальная скорость при $l=0$)

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №24

«Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах».

Цели занятия:

- Научить исследовать функции с использованием производной.
 - Освоить методы определения монотонности, экстремумов, выпуклости и вогнутости функций.
 - Закрепить навыки построения графиков функций на основе их свойств.
- исследование функций для решения прикладных задач

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Оптимизация стоимости

Производственная компания хочет минимизировать затраты на упаковку товара.

Стоимость упаковки описывается функцией $C(x) = 5x^2 + 20x + 100$, где x — количество упаковок. Найдите количество упаковок, при котором затраты минимальны.

Решение:

1. Найдите производную функции затрат $C'(x)$.
2. Определите критические точки, приравняв производную к нулю.
3. Проверьте, является ли найденная точка минимумом.
4. Найдите минимальные затраты.

2. Фирма производит и продает товар. Функция дохода от продаж задана как $f(x) = 100x - 2x^2$, где x — количество проданных единиц товара. Найдите количество товара, которое необходимо продать для максимизации дохода.

Решение:

Найдите производную функции дохода:

$$f'(x) = 100 - 4x$$

Определите критические точки, приравняв производную к нулю

$$100 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 100 \Rightarrow x = 25$$

Проверьте, является ли найденная точка минимумом

Для $x < 25$ (например, $x=20$),

$$f'(20) = 100 - 4 * 20 = 20 > 0$$

Для $x > 25$ (например, $x=30$),
 $f'(30) = 100 - 4 \cdot 30 = -20 < 0$

Таким образом, функция имеет максимум при $x=25$

3. Необходимо огородить участок земли в форме прямоугольника с фиксированной длиной периметра 100 метров. Найдите размеры прямоугольника, которые максимизируют его площадь. (Ответ: максимальная площадь достигается при $x=25$. Ширина $y=25$. Таким образом размеры прямоугольника равны $x=y=25$).
4. Необходимо создать открытую коробку (без крышки) с заданным объемом $V=xyz=2000$. Найдите размеры коробки, которые минимизируют площадь материала. (Ответ: $V \approx 12,6$ размеры коробки будут приблизительно равны 12,6).
5. Компания хочет минимизировать транспортные расходы на доставку товаров. Функция затрат описывается как $C(x) = 5x^2 + 10x + 50$, где x — количество тонн товара. Найдите количество товара, при котором затраты минимальны.
6. Два города находятся на координатной плоскости в точках $A(0, 0)$ и $B(4, 3)$. Найдите точку $C(x, y)$ на оси абсцисс (где $y=0$), которая минимизирует расстояние от точки C до точки B .

Решение:

Запишите уравнение для расстояния от точки C до точки B .

Подставьте $y=0$ в уравнение расстояния.

Найдите производную расстояния по x и определите критические точки.

Проверьте, является ли найденная точка минимумом..

7. Машина выполняет работу по обработке деталей с функцией времени выполнения обработки одной детали, заданной как $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$, где x — количество деталей. Найдите количество деталей, при котором время обработки минимально.
8. Компания проводит рекламу $f(x) = 200 - 5x + x^2$ рублей, где x — количество рекламных объявлений, при которых расходы минимальны.
9. Функция времени обработки одной детали задана как $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x + 5$, где x — количество деталей. Найти количество деталей, при котором время обработки минимально.
10. Компания имеет функцию дохода от рекламы, заданную как $C(x) = -5x^2 + 100x$, где x — количество рекламных объявлений. Какое количество бесплатных объявлений минимизирует доход.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 7. Многогранники и тела вращения.

Практическое занятие №25

«Построение сечений призмы».

Цели занятия:

- Познакомить с понятиями и свойствами сечений многогранников, в частности призмы.
- Научить строить сечения призмы с использованием различных методов (например, сечения плоскостью).

- Способствовать формированию пространственных представлений и воображения через визуализацию сечений.
- Воспитывать интерес к изучению геометрии и её практическому применению в архитектуре, дизайне и других областях.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

а. Сечение призмы с помощью плоскости

Постройте сечение призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки Р и Q, которые находятся на гранях АВ и CD соответственно.

Решение :

- Определите координаты точек Р и Q на гранях АВ и CD.
- Проведите прямую PQ и найдите её пересечение с гранями призмы.
- Соедините точки пересечения, чтобы получить искомое сечение.

б. Сечение призмы через три точки

Постройте сечение треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ по плоскости, проходящей через точки М, N и К, где М находится на ребре AA_1 , N — на ребре BB_1 , а К — на грани ABC.

Решение:

- Определите координаты точек М, N и К.
- Проведите прямые MN и МК, определите их пересечения с другими гранями призмы.
- Соедините все точки пересечения для получения сечения.

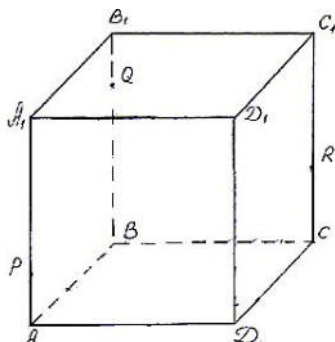
с. Сечение призмы через середины ребер

Постройте сечение треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ плоскостью, проходящей через середины ребер AA_1 и АВ.

Решение:

- Найдите координаты середин ребер AA_1 и АВ.
- Проведите прямую между этими двумя точками.
- Найдите пересечения этой прямой с другими гранями призмы.
- Соедините точки пересечения для получения искомого сечения..

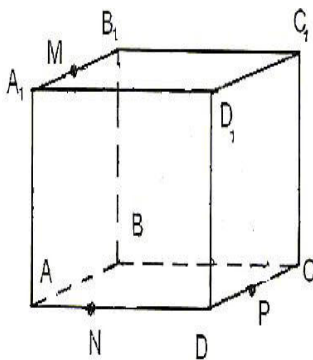
d. Построить сечение призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки Р, Q, R (точки указаны на чертеже)



Решение:

- Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань AA_1B_1B . В этой грани лежат точки сечения P и Q . Проведем прямую PQ .
 - Продолжим прямую PQ , которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой AB . Получим точку S_1 , принадлежащую следу.
 - Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC .
 - Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.
 - Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U , сторону CD в точке T . Соединим точки P и U , так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D . Аналогично получаем TU и RT .
- $PQRTU$ – искомое сечение

- е. Построить сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P (точки указаны на чертеже).



Решение:

- Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.
- Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S . Эта точка принадлежит плоскости сечения.
- Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X .
- Точки X и N лежат в одной плоскости грани $AA_1 D_1 D$, соединим их и получим прямую XN .
- Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1 B_1 C_1 D_1$, параллельную прямой NP . Эта прямая пересечет сторону $B_1 C_1$ в точке Y .
- Аналогично проводим прямую YZ , параллельно прямой XN . Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – $MYZPNX$.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие № 26.

«Построение сечений параллелепипеда».

Цели занятия:

- Закрепить знания теоретического материала о многогранниках,
- Закрепить навыки решения задач на построение сечений
- Закрепить умения анализировать чертеж.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Построить сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P , лежащие, на прямых, соответственно, $A_1 B_1, AD, DC$

Решение:

Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.

Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S . Эта точка принадлежит плоскости сечения.

Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X .

Точки X и N лежат в одной плоскости грани $AA_1 D_1 D$, соединим их и получим прямую XN .

Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1 B_1 C_1 D_1$, параллельную прямой NP . Эта прямая пересечет сторону $B_1 C_1$ в точке Y .

Аналогично проводим прямую YZ , параллельно прямой XN . Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – $MYZPNX$.

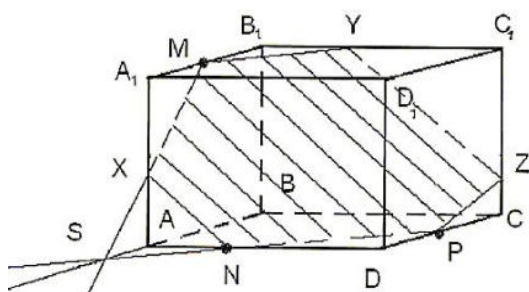
2. Построить сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, заданной следующими точками M, N и P

1. Все три точки лежат на рёбрах, выходящих из вершины A
2. M лежит в грани $AA_1 D_1 D$, N лежит в грани $AA_1 B_1 B$, P лежит в грани $CC_1 D_1 D$.
3. M лежит на диагонали $B_1 D$, N лежит на диагонали AC_1 , P лежит на ребре $C_1 D_1$.

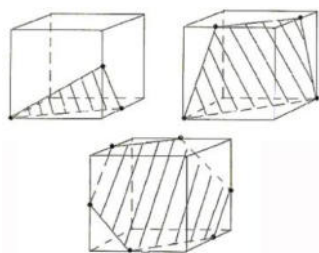
3. Построить сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через прямую DQ , где точка Q лежит на ребре CC_1 и точку P , заданную следующим образом

- 1 Все три точки лежат на рёбрах, выходящих из вершины C
- 2 M лежит на продолжении ребра $A_1 B_1$, причем точка A_1 находится между точками B_1 и P .
- 3 P лежит на диагонали $B_1 D$

Дидактический материал к заданию практического занятия

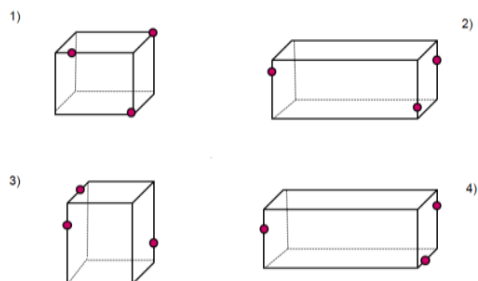
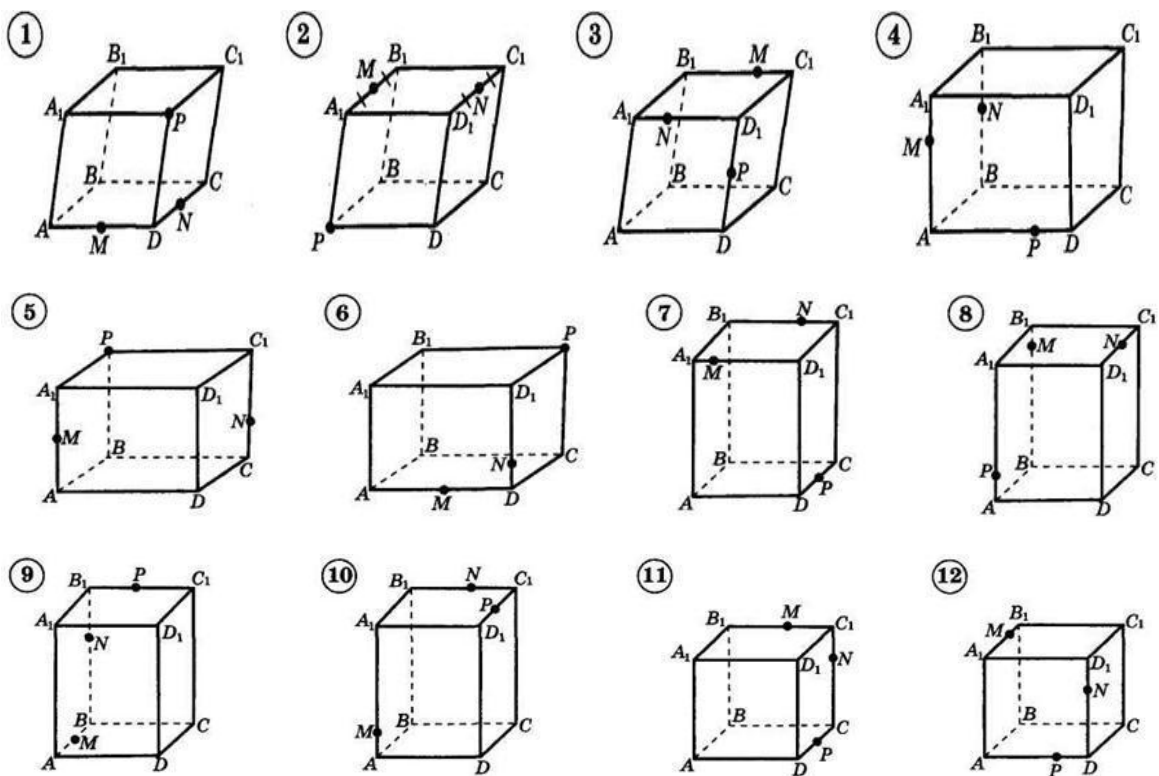


К задаче № 1:

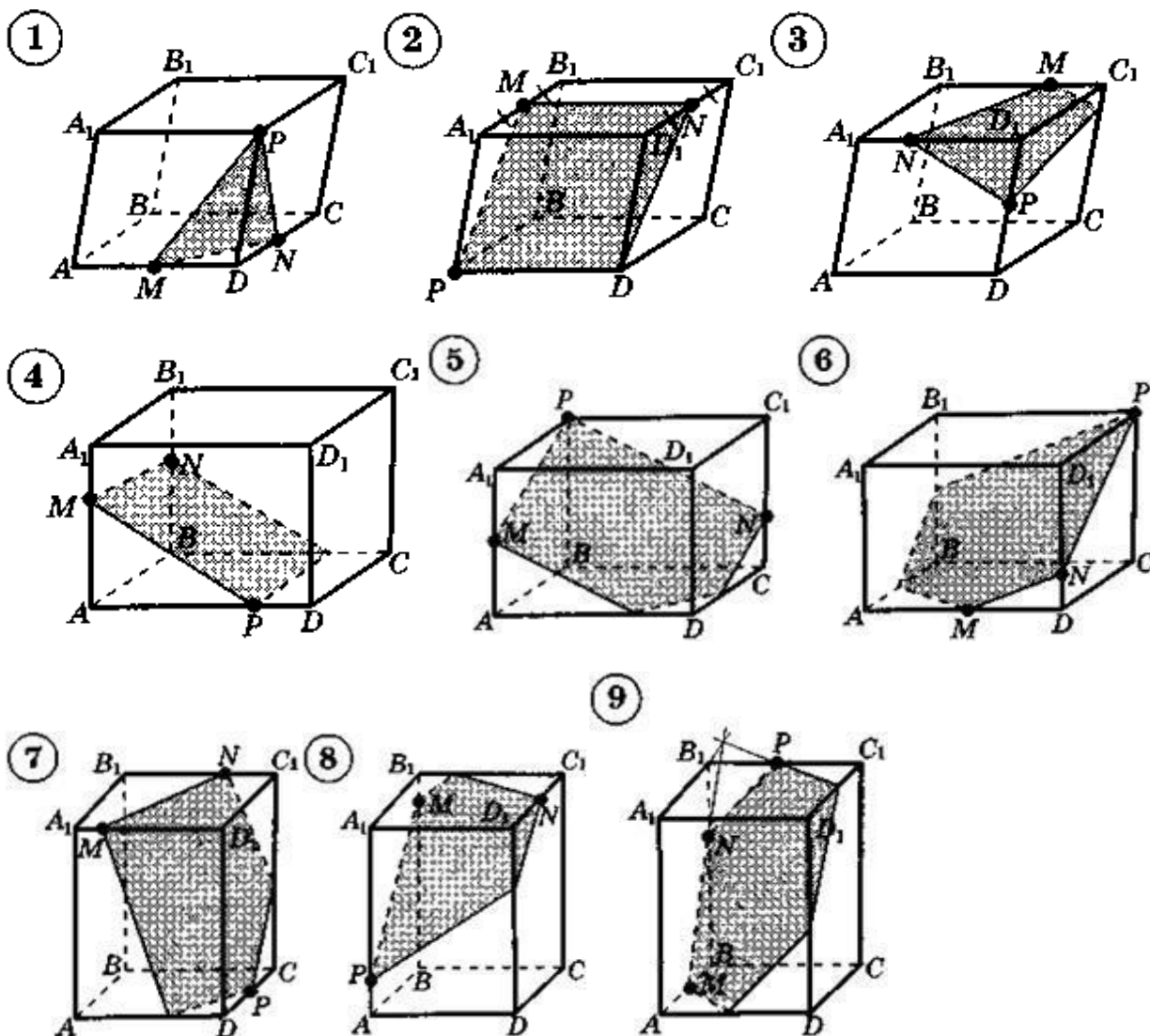


Некоторые возможные сечения:

Построить сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через данные точки



Ответы к практической работе.



Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №27

«Усеченная пирамида».

Цели занятия:

- Изучить понятие усеченной пирамиды и площадь поверхности усеченной пирамиды
- Рассмотреть различные виды усеченных пирамид
- Научиться применять полученные знания при решении задач

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Площадь боковой поверхности

Дана правильная четырехугольная усеченная пирамида $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, где стороны оснований равны 4 см и 8 см, а высота равна 5 см. Найдите площадь боковой поверхности.

1. Вычислите периметры оснований.
2. Используйте формулу для площади боковой поверхности:

$$S = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) * h$$

где p_1 и p_2 — периметры оснований, а h — высота.

2. Объем усеченной пирамиды

Найдите объем усеченной пирамиды, если нижнее основание имеет площадь 36 см², верхнее основание — 16 см², а высота — 4 см.

1. Используйте формулу объема усеченной пирамиды:

$$V = \frac{1}{3}H(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$

где S_1 и S_2 — площади оснований, а H — высота.

3. Определение высоты

В правильной треугольной усеченной пирамиде $ABCA_1 B_1 C_1$ известны следующие данные: стороны нижнего основания равны 6 см, верхнего основания — 3 см, а площадь боковой поверхности равна 36 см². Найдите высоту пирамиды.

1. Вычислите периметры оснований.
2. Используйте формулу для площади боковой поверхности и выразите высоту через известные параметры.

4. Сравнение объемов

У вас есть две усеченные пирамиды: первая с высотой 5 см и основаниями площадью 20 см² и 10 см²; вторая с высотой 3 см и основаниями площадью 15 см² и 5 см². Какой объем больше? Вычислите объемы обеих усеченных пирамид с использованием формулы объема.

1. Сравните полученные значения.

5. Площадь полной поверхности

Найдите полную поверхность правильной четырехугольной усеченной пирамиды $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если стороны нижнего основания равны 10 см, верхнего — 6 см, высота равна 4 см.

1. Вычислите площади оснований.
2. Найдите площадь боковой поверхности.
3. Используйте формулу для полной поверхности:

$$S = S + S_1 + S_2$$

где S_1 и S_2 — площади оснований.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №28

«Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде».

Цели занятия:

- Закрепить понятие «правильный многогранник».
- Рассмотреть пять видов правильных многогранников.
- Обозначить связь геометрии с природой.
- Показать влияние правильных многогранников на возникновение философских теорий и гипотез.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Определение осей симметрии

Определите количество осей симметрии для следующих фигур:

- Куб.
- Прямоугольный параллелепипед.
- Правильная треугольная пирамида.

Решение:

1. Для каждой фигуры запишите количество осей симметрии и их типы (осевая, центральная).
2. Объясните, как вы определили количество осей симметрии.

2. Построение симметричных фигур

Постройте симметричную фигуру относительно заданной оси для следующих случаев:

- Куб, отраженный относительно плоскости, проходящей через его центр.
- Правильная четырехугольная пирамида, отраженная относительно плоскости, проходящей через ее основание.

Решение:

1. Нарисуйте исходные фигуры.
2. Проведите ось симметрии и постройте отраженные фигуры.

3. Центры симметрии

Найдите центр симметрии для следующих фигур:

- Куб.
- Прямоугольный параллелепипед.
- Правильная пятиугольная призма.

Решение:

1. Определите координаты центра симметрии для каждой фигуры.
2. Объясните, почему выбранные точки являются центрами симметрии.

4. Анализ симметрии

Проанализируйте, какие из следующих фигур являются центрально-симметричными:

- Правильный тетраэдр.
- Октаэдр.
- Угловая призма.

Решение:

1. Для каждой фигуры определите, есть ли у нее центр симметрии.
2. Приведите примеры других фигур с аналогичными свойствами.

5. Применение симметрии

Используя свойства симметрии, решите следующие задачи:

- Найдите длину диагонали куба с ребром 4 см.
- Вычислите объем усеченной пирамиды с основаниями 10 см и 6 см и высотой 5 см.

Решение:

1. Примените формулы для вычисления и объясните использование свойств симметрии в решении задач.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №29

«Симметрия в параллелепипеде, призме, пирамиде».

Цели занятия:

- закрепить понятие «правильный многогранник», рассмотреть пять видов правильных многогранников; обозначить связь геометрии с природой;
- изучение понятия осевой и центральной симметрий, приобретение навыков самостоятельной работы с большими объемами информации;
- развитие логического мышления, творческой активности, познавательного интереса;

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Симметрия параллелепипеда

Определите, сколько осей симметрии имеет прямоугольный параллелепипед. Обоснуйте свой ответ. (Ответ: Прямоугольный параллелепипед имеет 6 осей симметрии. Каждая пара противоположных граней имеет свою ось симметрии, проходящую через середины этих граней. Также существуют 3 оси симметрии, проходящие через середины рёбер. Плоскостями симметрии являются плоскости, проходящие через середины граней).

Нарисуйте прямоугольный параллелепипед и проведите все его оси симметрии. Укажите, какие из них являются плоскостями симметрии.

2. Симметрия призмы

Рассмотрите правильную треугольную призму. Определите количество осей симметрии у этой фигуры. (Ответ: Правильная треугольная призма имеет 6 осей симметрии. Три из них проходят через вершины треугольной основы и середины противоположных рёбер, а три другие проходят через середины рёбер треугольной основы и вертикально через центр призмы. Призма обладает такой симметрией, потому что ее основания и боковые грани равны и симметричны).

Нарисуйте правильную треугольную призму и укажите все оси симметрии. Объясните, почему призма обладает такой симметрией.

3. Симметрия пирамиды

Исследуйте симметрию квадратной пирамиды. Сколько осей симметрии у нее есть? (Ответ: Квадратная пирамида имеет 4 оси симметрии. Одна ось проходит через вершину пирамиды и центр основания, а три другие проходят через вершины основания и центр основания. Эти оси пересекаются в вершине пирамиды и центре основания. Плоскости симметрии можно провести через каждую из осей, деля пирамиду на две зеркально симметричные части.)

Нарисуйте квадратную пирамиду и проведите все оси симметрии. Объясните, как они пересекаются и какие плоскости симметрии можно провести.

4. Сравнение симметрии

Сравните симметрию прямоугольного параллелепипеда и квадратной пирамиды. Какие у них общие и отличительные черты в плане симметрии? (Ответ: Прямоугольный параллелепипед и квадратная пирамида имеют разные свойства симметрии. У параллелепипеда больше осей симметрии (6), в то время как у пирамиды их 4. Общей чертой является наличие осей симметрии, проходящих через центры фигур. Однако, в параллелепипеде симметрия более равномерная, тогда как в пирамиде она сосредоточена вокруг вершины. Симметрия влияет на восприятие геометрических фигур в архитектуре, создавая гармонию и баланс).

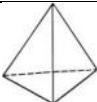
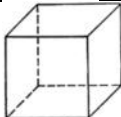
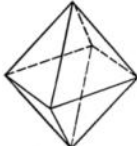
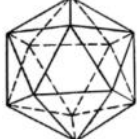
Напишите кратко о том, как симметрия влияет на восприятие геометрических фигур в архитектуре.

5. Практическое применение

Найдите примеры архитектурных сооружений, в которых используются элементы симметрии параллелепипедов, призм и пирамид. Опишите, как симметрия влияет на эстетическое восприятие этих зданий. (Ответ: Примеры архитектурных сооружений, использующих элементы симметрии: Пирамида Хеопса в Египте (симметрия пирамиды), Бурдж Халифа в Дубае (симметрия параллелепипеда), и здание Тадж-Махал в Индии (симметрия призмы). Симметрия в этих зданиях создает эстетическую привлекательность, гармонию и ощущение стабильности, что делает их визуально привлекательными и запоминающимися.)

Создайте модель (из бумаги или другого материала) одной из фигур (параллелепипед, призма или пирамида) и продемонстрируйте ее симметрии.

6. Заполнить таблицу "Правильные многогранники".

Определение правильного многогранника	Изображение	Число граней (Г)	Число вершин (В)	Число рёбер (Р)	Форма грани	Число граней, сходящихся в одной вершине	Сумма плоских углов при вершине
Тетраэдр -							
Куб (гексаэдр) -...							
Октаэдр -							
Икосаэдр -.....							
Додекаэдр -							

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №30

«Дуговая наплавка кольцевых швов на профильных трубах различного диаметра при изготовлении печи. Изготовление моделей многогранников с помощью сварки».

Цели занятия:

- Познакомить с применением математических расчетов для определения параметров сварки (угол наклона электрода, скорость наплавки, сила тока).
- Изучить геометрические особенности многогранников и их применение в изготовлении моделей с помощью сварки.
- Создавать модели многогранников, применяя математические расчеты и навыки сварки.

- Продемонстрировать понимание связи между теорией и практикой в технических дисциплинах.

Задания:

1. **Объем круглой трубы:** Найдите объем круглой трубы с диаметром 20 см и высотой 1 м. Как изменится объем, если высота трубы увеличится до 1,5 м?
2. **Площадь поверхности трубы:** Рассчитайте площадь наружной поверхности круглой стены с диаметром 30 см и высотой 2 м.
3. **Сравнение объемов:** Внизу прямой призмы лежит треугольник со сторонами 5 см, 12 см и 13 см. Определите объем призмы, если ее высота равна 10 см. Какой объем будет у куба со стороной 10 см?
4. **Определение симметрии:** Определите количество осей симметрии в октаэдре и укажите их расположение.
5. **Сварка труб:** Если для сварки кольцевого шва требуется 2 часа, а для наплавки одного слоя — 1 час, то сколько времени потребуется для сварки кольцевого шва из трех слоев?
6. **Изготовление модели:** Вы собираетесь изготовить модель куба из профильных труб. Если длина ребра куба составляет 50 см, какова будет общая длина трубы, необходимой для изготовления модели?
7. **Центр симметрии:** Найдите центр симметрии правильной призмы с вершинами в форме шестиугольника и высотой 12 см.
8. **Углы между Гранями:** Определите угол между гранями тетраэдра.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №31

«Сечение цилиндра, сечение конуса».

Цели занятия:

- Закрепить знания о телах вращения – цилиндре и конусе (определение, элементы, сечения, формулы площади боковой и полной поверхности).
- Сформировать навыки решения типовых задач.
- Развивать пространственные представления на примере круглых тел.
- Продолжить формирование логических и графических умений
- Научить строить сечения цилиндра и конуса плоскостью
- Научить применять формулы полной и боковой поверхностей при решении задач.
- усвоить основные понятия, связанные с сечениями конуса, включая определение секущей плоскости и виды сечений (круг, треугольник, эллипс).
- Способствовать развитию пространственного мышления и воображения учащихся при работе с трехмерными фигурами.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. В цилиндре с высотой 6см проведено параллельно оси сечение, отстоящее от неё на расстоянии 4см. Найдите радиус цилиндра, если площадь сечения равна 36 см^2 . Вычислите площадь полной поверхности цилиндра.
(Ответ: 5 см, $110\pi \text{ см}^2$.)
2. Радиус основания цилиндра в три раза меньше высоты, а площадь полной поверхности цилиндра равна $288\pi \text{ см}^2$. Найдите размеры цилиндра.
(Ответ: $r=6\text{см}$, $h=18\text{см}$.)
3. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20см. Найдите площадь основания цилиндра и площадь его боковой поверхности.
(Ответ: $50\pi \text{ см}^2$, $200\pi \text{ см}^2$.)
4. Зная, что полная поверхность цилиндра $130\pi \text{ см}^2$, а боковая поверхность составляет $80\pi \text{ см}^2$, найдите размеры цилиндра и площадь его осевого сечения.
(Ответ: $r=5\text{см}$, $h=8\text{см}$, $S_{\text{сеч}}=80 \text{ см}^2$)
5. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 8см и составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите площадь поверхности и объём цилиндра.
6. Площадь основания цилиндра равна $36\pi \text{ см}^2$, диагональ осевого сечения цилиндра образует с высотой цилиндра угол 60° . Найдите: а) высоту, б) длину окружности основания, в) площадь осевого сечения, г) боковую поверхность, д) полную поверхность, е) объём цилиндра.
7. В цилиндре диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Вычислите площадь боковой поверхности цилиндра, если высота цилиндра равна 10см.
8. Длина окружности основания цилиндра равна 8πсм, а диагональ осевого сечения – 10см. Вычислите объём цилиндра.
9. В цилиндре радиуса 5см проведено параллельное оси сечение, отстоящее от неё на расстоянии 3см. Найдите высоту цилиндра, если площадь сечения равна $80\pi \text{ см}^2$.
10. Цилиндр, высота которого равна 25см, пересечён плоскостью, параллельной его оси. Диагональ полученного сечения равна 35см. Найдите объём цилиндра, если известно, что секущая плоскость отсекает от окружности основания дугу в 120° .
11. Цилиндр, высота которого равна 13см, пересечён плоскостью, параллельной его оси. Секущая плоскость отсекает от окружности основания дугу в 60° . Найдите, на каком расстоянии от оси цилиндра проведена эта плоскость, если известно, что диагональ полученного сечения равна 17см.
12. Прямоугольник с боковой стороной 30см и основанием 36см является развёрткой боковой поверхности цилиндра. Вычислите площадь поверхности цилиндра (рассмотреть один случай).
13. При строительстве метро применяли полукольца из железобетона с внешним радиусом 5м и внутренним 4,7м. Чему равен объём такого полукольца длиной 60м?
14. Диагонали осевого сечения цилиндра пересекаются под углом 60° , обращённым к основанию. Объём цилиндра равен V . Найдите высоту цилиндра.
15. При строительстве метро применяли кольца из железобетона с внешним диаметром 11м и внутренним 10,5м. Чему равен объём такого кольца длиной 70м?
16. Объём цилиндра равен V , а высота равна H . Найдите площадь поверхности цилиндра.
17. Площадь осевого сечения цилиндра равна 36см^2 , радиус основания – 6см. Найдите площадь поверхности и объём цилиндра.

18. Осевое сечение

Рассмотрите конус с высотой 12 см и радиусом основания 5 см. Постройте осевое сечение этого конуса и найдите его площадь.

19. Сечение плоскостью, проходящей через образующие

Если плоскость проходит через две образующие конуса, образуя равнобедренный треугольник, найдите его площадь, если длина образующей равна 10 см, а угол между образующими составляет 60° .

20. Сечение перпендикулярной плоскостью

Найдите радиус основания круга, полученного при сечении конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, если высота конуса равна 15 см и образующая равна 17 см.

21. Площадь сечения через вершину

Через вершину конуса проведено сечение, которое оказалось равнобедренным треугольником с основанием 8 см и высотой 6 см. Найдите угол при вершине этого треугольника.

22. Сечения под углом

Конус имеет радиус основания 4 см и высоту 10 см. Если плоскость сечения наклонена к оси конуса под углом 30° , определите форму полученного сечения и его площадь.

23. Развертка боковой поверхности

Разверните боковую поверхность конуса радиусом основания 3 см и высотой 4 см. Найдите площадь развертки и объясните, какую фигуру вы получили.

24. Сечение конуса, параллельное основанию

Рассмотрите конус с высотой 10 см и радиусом основания 6 см. Найдите радиус круга, образованного сечением, проведенным параллельно основанию на высоте 4 см от вершины конуса.

25. Сечение конуса с помощью наклонной плоскости

Конус имеет радиус основания 5 см и высоту 12 см. Если плоскость сечения наклонена к оси конуса под углом 45° , определите форму полученного сечения и его площадь.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №32

«Рассчитать количество электродов, необходимых для создания металлической конструкции».

Цели занятия:

- Развить навыки применения теоретических знаний на практике
- Научить проводить расчеты, необходимые для определения количества электродов, исходя из размеров и характеристик металлической конструкции.
- Научить разрабатывать и применять методику расчета, которая включает в себя определение длины шва, расхода электродов на единицу длины и других необходимых параметров.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Сварщику необходимо изготовить цистерну цилиндрической формы, высота которой – 3 м, радиус основания – 1,5 м. Вычислить, сколько электродов необходимо для сварки, если на 1 м расходуется 4 электрода, а масса одного электрода 60 г. Вычислить стоимость электродов, если 1 кг их стоит 70 рублей. (Ответ: стоимость электродов равна 210 руб.)
2. Необходимо изготовить воронку, представляющую форму усеченного конуса. Радиусы оснований: 2 м и 10 м, высота – 30 м. Сколько потребуется металла на

изготовление такой воронки, если на сварку добавить 3% материала? (Ответ: на изготовление воронки пойдет 1205,06 (м²) металла.)

3. Какие размеры должен иметь прямоугольный лист металла для изготовления трубы длиной 140 см и диаметром 10 см? (на швы добавить 2 см).
4. Сопло газовой горелки имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований – 10 см и 5 см, длина образующей – 7 см. Найти площадь поверхности горелки.
5. Найти длину проволоки которая потребуется на изготовление (путем сварки) каркасной модели прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 30, 40 и 50 мм. На швы и на отходы необходимо добавить 3% материала.
6. На каком расстоянии от плоскости сварки будет находиться конец электрода, если металл имеет толщину 2 мм, длина электрода 300 мм.
7. Рабочий изготовил резервуар цилиндрической формы. Если его высота – 8 м, длина окружности основания – 30 м, радиус окружности основания равен 3,5 м, а высота равна диаметру основания, то каков будет объем резервуара?
8. Сколько кг электродов потребуется на изготовление емкости для воды, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, объемом 1 куб. м, если на 1 м потребуется 250-300г электродного материала. (в данном примере рассматривается дуговая сварка)

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №33

«Объемы и площади поверхностей тел».

Цели занятия:

- Усвоить основные формулы для расчета объемов и площадей поверхностей различных геометрических тел, таких как куб, параллелепипед, цилиндр, конус и сфера.
- Применять эти формулы для решения практических задач, включая перевод единиц измерения и вычисление объемов и площадей в различных контекстах.
- Развивать умения анализировать различные геометрические фигуры и сравнивать их площади и объемы.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Объем и площадь куба

Рассчитайте объем и площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 4 см.

Формулы:

Объем: $V = a^3$

Площадь поверхности: $S = 6a^2$

2. Объем прямоугольного параллелепипеда

Найдите объем и площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда с длиной 5 см, шириной 3 см и высотой 2 см.

Формулы:

Объем: $V = abc$

Площадь поверхности: $S = 2(ab + ac + bc)$

3. Площадь и объем цилиндра

Рассчитайте объем и площадь боковой поверхности цилиндра с радиусом основания 3 см и высотой 7 см.

Формулы:

Объем: $V = \pi r^2 h$

Площадь боковой поверхности: $S = 2\pi r h$

4. Объем конуса

Найдите объем конуса с радиусом основания 4 см и высотой 9 см.

Формула:

Объем: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

5. Площадь сферы

Рассчитайте площадь поверхности сферы с радиусом 5 см.

Формула:

Площадь поверхности: $S = 4\pi r^2$

6. Правильная пирамида

Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды с основанием стороны 6 см и высотой 10 см.

Формула:

Объем: $V = \frac{1}{3}Sh$, где $S = a^2$

7. Упражнение на сравнение объемов

Сравните объемы двух тел: цилиндра с радиусом основания 3 см и высотой 10 см, и конуса с теми же параметрами. Какой объем больше, на сколько?

8. Практическое применение

Найдите примеры использования формул для расчета объемов и площадей поверхностей в реальной жизни. Опишите, как эти расчеты помогают в практических задачах.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №34 «Объемы и площади поверхностей тел».

Цели занятия:

- Закрепить знания для расчета объемов и площадей поверхностей различных геометрических тел.
- Применять эти формулы для решения практических задач, включая перевод единиц измерения и вычисление объемов и площадей в различных контекстах.

- Развивать умения анализировать различные геометрические фигуры и сравнивать их площади и объемы.

Оформление работы:

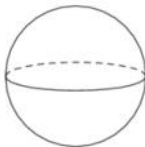
- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

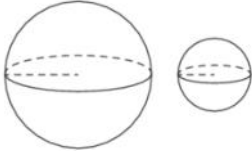
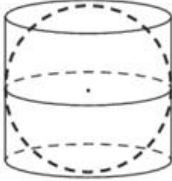
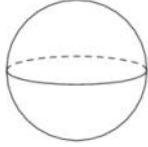
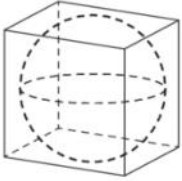
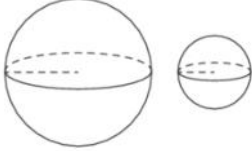
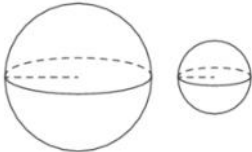
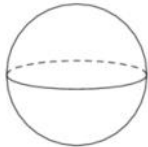
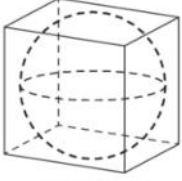
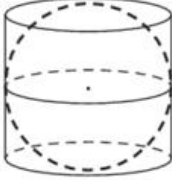
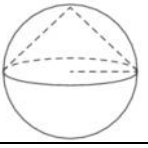
Задания:

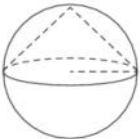
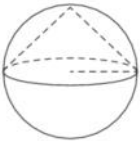
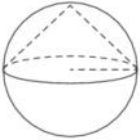
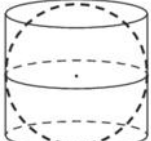
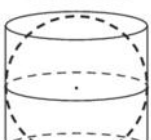
1. Площадь большого круга шара равна 15. Найти площадь поверхности шара.
2. Дано два шара. Радиус первого шара в 12 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
3. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 93. Найти площадь поверхности шара
4. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличится в 6 раз?
5. Объем куба, описанного около сферы, равен 64. Найдите радиус сферы.
6. Объем первого шара в 216 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
7. Радиусы двух шаров равны 9 и 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.
8. Площадь поверхности шара равна 116. Найдите площадь большого круга шара.
9. Шар, объем которого равен 42π , вписан в куб. Найдите объем куба.
10. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 137. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
11. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $62\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.
12. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $52\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.
13. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 24. Найдите объем шара.
14. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 184. Найдите объем конуса.
15. Шар, объем которого равен 88, вписан в цилиндр. Найдите объем цилиндра.
16. Цилиндр, объем которого равен 87, описан около шара. Найдите объем шара.

Один из вариантов выполнения работы.

Бланк ответов

№	Чертеж	Краткое решение	Ответ
1			

2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

12			
13			
14			
15			
16			

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 8. Первообразная функция, ее применение.

Практическое занятие №35

«Правила нахождения первообразных».

Цели занятия:

- закрепить знания о правилах нахождения первообразных
- научиться применять их на практике.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Правило 1: Первообразная суммы

Если F является первообразной функции f , а G — первообразной функции g , то $F+G$ будет первообразной для $f+g$.

Задание 1:

Найдите первообразные следующих функций:

1. $f(x) = x^3 + 4$
2. $g(x) = x^2 + x$

Вопрос: Какова будет первообразная функции $h(x) = f(x) + g(x)$?

Правило 2: Вынесение постоянного множителя

Если F является первообразной функции f , а k — постоянная, то kF будет первообразной для kf .

Задание 2:

Найдите первообразную для следующих функций:

1. $f(x) = 5x^4$
2. Используя правило, найдите первообразную для функции $g(x) = 3f(x)$

Правило 3: Первообразная с изменением переменной

Если $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, а k и b — постоянные (где $k \neq 0$), то

$$\frac{1}{k} F(kx + b)$$

будет первообразной для функции $f(kx+b)$.

Задание 3:

Найдите первообразную для следующих функций:

1. $f(x) = x^2 + 1$
2. Примените третье правило к функции $g(x)=f(3x+2)$.

Дополнительные задания

1. Найдите множество всех первообразных для функций:
 - a) $f(x) = x^{15} - x - 6$
 - b) $g(x) = \frac{1}{x^5} + 2,7$
2. Проведите устное упражнение:
 - Найдите первообразную для функции $h(x) = 3\cos x - 4\sin x$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №36

«Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции».

Цели занятия:

- Научить применять определенный интеграл для нахождения площадей криволинейных трапеций
- Освоить основные методы вычислений.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.

- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Определение площади

Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x) = x^2$, осью абсцисс и вертикальными линиями $x=1$ и $x=3$.

Решение:

Используйте формулу Ньютона-Лейбница:

$S = F(b) - F(a)$, где $F(x)$ — первообразная функции $f(x)$.

2. Применение формулы

Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = \sin x$ осью абсцисс и прямыми $x=0$ и $x = \frac{\pi}{2}$.

Решение:

Найдите первообразную для функции $f(x)$, затем примените формулу Ньютона-Лейбница.

3. Сложная фигура

Определите площадь криволинейной трапеции, ограниченной функцией $f(x) = e^x$ осью абсцисс и вертикальными линиями $x=0$ и $x=1$.

Решение:

Сначала найдите первообразную функции $f(x)$, затем используйте формулу для вычисления площади.

4. Графическое представление

Постройте график функции $f(x) = x^3 - 3x + 2$ на отрезке $[0,2]$. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, осью абсцисс и прямыми $x=0$ и $x=2$.

Решение:

Постройте график, найдите первообразную и вычислите площадь.

5. Применение в реальных задачах

1. Расчет общей прибыли:

Определенный интеграл может быть использован для вычисления общей прибыли банка за определенный период. Если функция $P(t)$ описывает прибыль в зависимости от времени t , то общая прибыль за период от a до b может быть найдена как:

$$S = \int_a^b P(t) dt$$

Для вычисления определенного интеграла используется формула **Ньютона-Лейбница**:

$$S = F(b) - F(a)$$

Предположим, что функция прибыли банка в зависимости от времени задана как $P(t)=5000+200t$, где t — время в годах. Найдите общую прибыль банка за первые 5 лет.

Решение:

Вычислите определенный интеграл:

$$S = \int_0^5 (5000 + 200t) dt$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №37

«Тела и поверхности вращения в практической деятельности сварщика».

Цели занятия:

- Закрепить знания об определенном интеграле, его свойствах и основных правилах вычисления.
- Развить навыки анализа условий задач, выбора правильных методов интегрирования и применения формул для нахождения интегралов.
- Развить навыки применения теоретических знаний на практике

Задания:

1. Сварщик проектирует бак в форме вращающегося тела, заданного уравнением $y = x^2$, где y — функция, описывающая профиль бака. Бак имеет симметричную форму относительно оси x и ограничен отрезками $x=0$ и $x=2$. Определите объем бака, если он вращается вокруг оси x .

$$V = \pi \int_a^b f(x) dx \quad (\text{Ответ: } V = \pi \frac{32}{5})$$

2. Сварщик проектирует трубу в форме цилиндра, заданного уравнением $y = \sqrt{x}$, где y — функция, описывающая радиус трубы в зависимости от координаты x . Труба имеет длину 4 и ограничена отрезками $x=0$ и $x=4$. Определите площадь поверхности трубы, если она вращается вокруг оси x .

$$S = 2\pi \int_0^4 f(x) \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx}\right)^2} dx$$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$ и $y=4$ на интервале $[0,2]$.

Решение: Площадь фигуры можно вычислить по формуле

$$S = \int_0^2 (4 - x^2) dx$$

4. Найдите объем тела, полученного вращением области, ограниченной графиками функций $y = x^2$ и $y=1$ вокруг оси x .

Решение: Объем тела можно вычислить по формуле:

$$V = \int_0^1 (1 - x^2)^2 dx$$

5. Определите площадь поверхности тела, полученного вращением графика функции $y = \sin x$ на интервале $[0,\pi]$ вокруг оси x .

Решение: Площадь поверхности можно вычислить по формуле:

$$S = 2\pi \int_0^\pi \sin x \sqrt{1 + (\cos x)^2} dx$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 9. Степени и корни. Степенная функция.

Практическое занятие №38

«Преобразование выражений с корнями n-ой степени».

Цели занятия:

- Обобщить знание свойств корня n-ой степени в ходе выполнения упражнений;
- Закрепить умение преобразовывать выражения, содержащие радикалы.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Упростите: $\frac{\sqrt[7]{a^6\sqrt{a}}}{\sqrt[6]{a}}$.

а) a ; б) $\sqrt[7]{a}$; в) 1 ; г) $\frac{1}{\sqrt[7]{a}}$.

2. Вычислите: $\frac{6\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{297}}$.

а) $\frac{2}{3}$, б) 2 , в) $\frac{6}{11}$, г) 3 .

3. Вычислите: $\sqrt[5]{-32} - \sqrt[3]{-125}$.

а) -7 , б) -3 , в) 3 , г) 7 .

4. Найдите значение выражения: $\sqrt[6]{12 \cdot 72 \cdot 54}$.

а) 12 , б) 6 , в) 3 , г) 9 .

5. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\sqrt{8x^4} \quad \sqrt{50y^2}$$

6. Внесите множитель под знак корня:

$$3\sqrt{5} \quad 2\sqrt{x}$$

7. Проверка на смысл выражения

При каких значениях переменной имеет смысл следующее выражение?

$$\sqrt{x-5}$$

$$\sqrt[3]{x+2}$$

8. Преобразование сложных выражений

Упростите следующее выражение:

$$\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a}} + 3\sqrt{a}$$

Найдите значение выражения при $a=9$:

$$2\sqrt{a} + 4\sqrt[3]{a^2}$$

9. Сравнение корней

1. Сравните следующие выражения и определите, какое из них больше:

$$\sqrt[4]{16} \text{ или } 2$$

$$\sqrt{25} + 3 \text{ и } 8$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №39

«Решение иррациональных уравнений».

Цели занятия:

- Научиться решать иррациональные уравнения;
- Закрепить основные способы решения иррациональных уравнений;
- Рассмотреть некоторые приемы решения уравнений несколькими способами;

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Простые иррациональные уравнения

Решите следующие уравнения:

1. $\sqrt{x+3} = 5$
2. $\sqrt{2x-1} = 3$

2. Уравнения с двумя корнями

Решите следующие уравнения:

1. $\sqrt{x+4} + 2 = 6$
2. $\sqrt{3x-5} - 2 = 2$

3. Уравнения с переменной под знаком корня

Решите следующие уравнения:

1. $\sqrt{x^2-4} = x-2$
2. $\sqrt{2x+3} = x+1$

4. Сложные иррациональные уравнения

Решите следующие уравнения:

1. $\sqrt{x+5} + \sqrt{x-1} = 4$
2. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 1$

5. Уравнения с несколькими корнями

Решите следующее уравнение:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x+5}$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №40

«Решение иррациональных неравенств».

Цели занятия:

- закрепить основные методы решения иррациональных неравенств и ознакомиться с алгоритмами их решения.
- рассмотреть некоторые приемы решения неравенств
- рассмотреть алгоритм решения иррациональных неравенств

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Простые иррациональные неравенства

Решите следующие неравенства:

$$\begin{aligned}\sqrt{x+3} &< 5 \\ \sqrt{2x-1} &\geq 3\end{aligned}$$

2. Неравенства с двумя корнями

Решите следующие неравенства:

$$\begin{aligned}\sqrt{x+4} + 2 &\leq 6 \\ \sqrt{3x-5} - 1 &> 2\end{aligned}$$

3. Неравенства с переменной под знаком корня

Решите следующие неравенства:

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2-4} &< x-2 \\ \sqrt{2x+3} &> x+1\end{aligned}$$

4. Сложные иррациональные неравенства

Решите следующие неравенства:

$$\begin{aligned}\sqrt{x+5} + \sqrt{x-1} &\geq 4 \\ \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} &< 1\end{aligned}$$

5. Неравенства с несколькими корнями

Решите следующее неравенство:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} < \sqrt{2x+5}$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 10. Показательная функция, ее свойства.

Практическое занятие №41

«Решение показательных неравенств».

Цели занятия:

- Ознакомить с основными методами решения показательных неравенств, включая приведение к одинаковым основаниям, использование свойств показательной функции и замену переменных.
- Научить решать показательные неравенства различной сложности, проверять найденные решения и записывать их в виде промежутков.
- Развивать умение анализировать условия задачи, выбирать рациональные методы решения и делать выводы.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Простые показательные неравенства

Решите следующие неравенства:

$$2^x > 8$$

$$3^{x+1} \leq 27$$

2. Неравенства с одинаковыми основаниями

Решите следующие неравенства:

$$5^{2x} < 5^{x+3}$$

$$4^{x-1} \geq 4^{2x-3}$$

3. Неравенства с разными основаниями

Решите следующие неравенства, приведя к одинаковым основаниям:

$$2^{x+2} < 8^{x-1}$$

$$3^{2x} > 9^{x+1}$$

4. Сложные показательные неравенства

Решите следующие неравенства:

$$7^{x-1} - 7^{x-2} > 0$$

$$5^{x+3} + 5^x < 30$$

5. Показательные неравенства с заменой переменной

Решите следующее неравенство, сделав замену переменной:

$$(0,5)^{x^2-x} < 4$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №42

«Решение показательных уравнений».

Цели занятия:

- Сформировать представление о показательных уравнениях и освоить основные способы их решения, включая метод введения новой переменной и уравнивания показателей степеней
- Развивать умение анализировать условия задачи, выбирать рациональные методы решения и делать выводы.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Решите уравнение

$$5^{0,1x} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-0,06} = 5^{x^2}.$$

$$5^{0,1x} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-0,06} = 5^{x^2};$$

$$5^{0,1x} \cdot 5^{0,06} = 5^{x^2};$$

$$5^{0,1x+0,06} = 5^{x^2};$$

$$0,1x + 0,06 = x^2;$$

$$x_1 = -0,2, x_2 = 0,3.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -0,2, x_2 = 0,3.$$

2. Решите уравнение

$$2^{3x} \cdot 3^x = 576$$

$$2^{3x} \cdot 3^x = 576.$$

$$8^x \cdot 3^x = 24^2;$$

$$24^x = 24^2;$$

$$x=2.$$

$$\text{Ответ: } x=2.$$

3. Решите уравнение:

$$6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$$

$$6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$$

$$6^{x-1}(6^2 + 35) = 71;$$

$$71 \cdot 6^{x-1} = 71;$$

$$6^{x-1} = 1;$$

$$6^{x-1} = 6^0;$$

$$x-1=0, x=1.$$

Ответ: $x=1$.

4. Решите уравнение:

$$3^{2y-1} + 3^{2y-2} - 3^{2y-4} = 315.$$

$$3^{2y-4}(3^3 + 3^2 - 1) = 315;$$

$$3^{2y-4} \cdot 35 = 315;$$

$$3^{2y-4} = 9;$$

$$2y - 4 = 2;$$

$$y = 3.$$

Ответ: $y=3$.

5. Решите уравнение:

$$\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1;$$

Решение:

$$\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = \left(2\frac{1}{3}\right)^0;$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0;$$

$$x_1 = 1, x_2 = -3.$$

Ответ: $(1; -3)$

6. Решите уравнение:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2-x}};$$

Решение:

$$x = \sqrt{2-x};$$

$$x^2 = 2 - x;$$

$$x^2 + x - 2 = 0;$$

$$x_1 = 1, x_2 = -2.$$

Ответ: $x = 1$.

7. Решите уравнение:

$$5^{3x} + 3 \cdot 5^{3x-2} = 140;$$

Решение:

$$5^{3x-2}(25 + 3) = 140;$$

$$28 \cdot 5^{3x-2} = 140;$$

$$5^{3x-2} = 5^1;$$

$$3x - 2 = 1;$$

$$3x = 3;$$

$$x = 1.$$

Ответ: $x = 1$.

8. Решите уравнение:

$$5,1^{\frac{1}{2}(x-3)} = 5,1 \cdot \sqrt{5,1};$$

Решение:

$$5,1^{\frac{1}{2}(x-3)} = 5,1^{\frac{3}{2}};$$

$$\frac{1}{2}(x - 3) = \frac{3}{2};$$

$$x - 3 = 3;$$

$$x = 6.$$

Ответ: $x = 6$.

9. Решите уравнение:

$$3^x - 3^{x+3} = -78;$$

Решение:

$$3^x(1 - 27) = -78;$$

$$-26 \cdot 3^x = -78;$$

$$3^x = \frac{78}{26};$$

$$3^x = 3^1;$$

$$x = 1.$$

Ответ: $x = 1$.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №43

«Решение показательных уравнений».

Цели занятия:

- Закрепить понятия показательной функции и её свойств.
- Закрепить знания по теме решения показательных уравнений, включая приведение к одинаковому основанию, использование свойств показательной функции и замену переменных.
- Развивать умение анализировать условия задачи, выбирать рациональные методы решения и делать выводы.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Решите уравнение

$$81 \times 3^{4x-10} - 9^{x+1} = 0$$

2. Решите уравнение

$$(0,5)^{2x} * 4^{x+1} = 64^{-1}$$

Подсказка: Найдите общее основание для всех членов уравнения.

3. Решите уравнение:

$$4^{x+2} = 16^{x-1}$$

Подсказка: Приведите обе стороны к одинаковому основанию.

4. Решите уравнение:

$$5^x + 5^{x-1} = 30$$

Подсказка: Вынесите общий множитель.

5. Решите уравнение:

$$e^{2x} = e^3 + e^x$$

Подсказка: Перепишите уравнение так, чтобы все члены были с одним основанием.

6. Решите уравнение:

$$2^x * 3^x = 18$$

Подсказка: Преобразуйте правую часть в произведение степеней.

7. Решите уравнение:

$$7^{2x} - 7^x - 6 = 0$$

Подсказка: Введите новую переменную $y = 7^x$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №44

«Решение систем показательных уравнений».

Цели занятия:

- Изучить основные методы решения показательных уравнений,
- Проверить практические навыки и умения при решении уравнений,
- Научить применять знания, умения и навыки в новой ситуации.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x+1} - 3^y = -1 \\ 3^y - 2^x = 2 \end{cases}$$

Подсказка: Введите новые переменные $u = 2^x$ и $v = 3^y$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4^x + 2^y = 20 \\ 2^{x+y} = 16 \end{cases}$$

Подсказка: Используйте свойства степеней для упрощения.

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 25 \\ 2^{x-y} = 8 \end{cases}$$

Подсказка: Преобразуйте числа в степени.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^{x+1} + 3^y = 30 \\ 3^{y-1} - 3^x = -6 \end{cases}$$

Подсказка: Введите новую переменную для упрощения.

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^x 3^y = 18 \\ 3^y 4^x = 48 \end{cases}$$

Подсказка: Попробуйте выразить одну переменную через другую.

6. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7 = 8 \\ 7^{y-1} - 7^x = -6 \end{cases}$$

Подсказка: Введите новые переменные для обеих степеней.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4 \\ (2 + \sqrt{3})^y + (2 - \sqrt{3})^y = 8 \end{cases}$$

Подсказка: Используйте свойства симметрии и преобразования.

8. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} e^{2x} + e^{x+y} = e^4 \\ e^{x-y} = e^{-1} \end{cases}$$

Подсказка: Преобразуйте каждое уравнение к простому виду.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 11. Логарифмы. Логарифмическая функция.

Практическое занятие №45

«Свойства логарифмов».

Цели занятия:

- Познакомить учащихся с понятием логарифма и его свойствами.
- Научить находить логарифм числа по заданному основанию.
- Закрепить умения применять основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов при решении практических задач.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Используя свойство логарифмов, упростите выражение и найдите его значение

- $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$

1. $\log_6 2 + \log_6 3$

2. $\log_6 12 + \log_6 3$

3. $\lg 25 + \lg 4$

4. $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$

5. $\log_{144} 3 + \log_{144} 4$

$$6. \quad \log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2$$

$$7. \quad \lg 40 + \lg 25$$

$$8. \quad \lg 12,5 + \lg 80$$

$$9. \quad \log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2}$$

$$10. \quad \log_{20} 5 + \log_{20} 4$$

$$\bullet \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$1. \quad \log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$$

$$2. \quad \log_2 15 - \log_2 30$$

$$3. \quad \log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}$$

$$4. \quad \log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14$$

$$5. \quad \log_3 162 - \log_3 6$$

$$6. \quad \log_2 36 - \log_2 144$$

$$7. \quad \log_7 98 - \log_7 14$$

$$8. \quad \log_3 2 - \log_3 54$$

$$9. \quad \log_5 175 - \log_5 7$$

$$10. \quad \log_5 22 - \log_5 11 - \log_5$$

$$\bullet \quad \log_a b + \log_a c = \log_a bc \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$1. \quad \log_2 5 - \log_2 35 + \log_2 56$$

$$2. \quad \log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$$

$$3. \quad \log_2 7 - \log_2 63 + \log_2 36$$

$$4. \quad \log_3 72 - \log_3 \frac{16}{27} + \log_3 18$$

$$\bullet \quad a^{\log_a b} = b$$

$$1. \quad 2 \cdot 2^{\log_2 10}$$

$$2. \quad 3 \cdot 6^{\log_6 7}$$

$$3. \quad 25 \cdot 10^{\lg 7}$$

1. $a \log_b c = \log_b c^a$

1. $3 \lg 2 - \lg 4$
2. $2 \lg 5 + \lg 8$
3. $\log_2 0,04 + 2 \log_2 5$
4. $0,5 \log_2 25 + \log_2 1,6$
5. $0,5 \log_2 400 + \log_2 1,6$
6. $2 \log_2 3 + \log_2 \frac{1}{3}$
7. $\log_2 10 - 2 \log_2 5 + \log_2 40$
8. $2 \log_5 75 + \log_5 \frac{1}{625}$
9. $2 \log_3 6 - \log_3 4 + 5^{\log_5 2}$
10. $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{4}{3}$

2. Преобразование логарифмических выражений

- Упростите следующие выражения, используя свойства логарифмов:

1. $\log_5(x^3) - \log_5(x)$
2. $2 \log_2(x) - \log_2(y) - \log_2 4$
3. $\log_{10}(100x) - \log_{10}(10)$

3. Логарифмы с разными основаниями

- Преобразуйте логарифмы с разными основаниями в логарифмы с одним основанием:

1. $\log_2 16 - \log_4 4$
2. $\frac{\log_5 25}{\log_5 25}$

4. Вычислить логарифм

$$8^{2 \log_8 3}$$

Используйте основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

5. Решение логарифмических уравнений

- Решите уравнения:

1. $\log_x 16 = 4$

2. $\log_2(x - 1) = 3$

4. Логарифмические неравенства

- Решите следующие неравенства:

1. $\log_3(x + 2) > 1$

2. $\log_2(x - 1) < 0$

5. Область допустимых значений

- Укажите область допустимых значений для следующих выражений:

1. $\log_{10}(x - 3)$

2. $\log_5(x^2 - x - 6)$

6. Применение основного логарифмического тождества

- Используйте основное логарифмическое тождество для вычисления:
- Если известно, что $a \log_a b = b$, найдите значение выражения $a=4, b=16$.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №46

«Операция логарифмирования, свойства логарифмов».

Цели занятия:

- Закрепить знания по теме «Свойства логарифмов». Обобщить и систематизировать знания учащихся о логарифмах, их свойствах и применении в различных задачах.
- Научить учащихся находить значения логарифмов, использовать основные свойства логарифмов для упрощения выражений и решения уравнений.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

В этом разделе для каждого задания необходимо предложить краткое решение и выбрать один ответ, расположенный под решением. Номер правильного ответа обведите кружком, только один вариант ответа является верным.

1. Упростите выражение $\log_8 14 + \log_8 \frac{32}{7}$

- 1) 0,5 2) 2 3) $\log_2 7$ 4) $\log_7 2$

2. Упростите выражение $\log_5 \frac{35}{3} + \log_5 \frac{75}{7}$
- 1) 3 2) 5 3) $\log_5 30$ 4) $\log_5 \frac{245}{6}$
3. Вычислите $\log_{12} \frac{7}{144} - \log_{12} 7$
- 1) 1 2) 2 3) -1 4) -2
4. Найдите значение выражения $\log_7 \frac{21}{5} - \log_7 \frac{3}{35}$
- 1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) $\log_7 9 - 1$ 4) $\log_7 2$
5. Укажите значение выражения $\log_5 75 + \log_5 (25)^{-1}$
- 1) 1 2) 0 3) $\log_5 3$ 4) $\log_3 5$
6. Укажите значение выражения $2\log_2 3 + \log_2 \frac{1}{3}$
- 1) -2 2) 0 3) $\log_2 3$ 4) $2\log_2 3$
7. Укажите значение выражения $\log_2 10 - 2\log_2 5 + \log_2 40$
- 1) 0 2) 2 3) 3 4) 4
8. Укажите значение выражения $2\log_5 75 + \log_5 \frac{1}{625}$
- 1) 1 2) 0 3) $\log_3 5$ 4) $2\log_5 3$
9. Укажите значение выражения $\log^{\frac{1}{3}} 54 - \frac{1}{3} \log^{\frac{1}{3}} 8 + \log^{\frac{1}{3}} 81$
- 1) 1 2) -1 3) -7 4) 7
10. Упростите выражение $\log_{\frac{1}{2}} 36 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{9}$
- 1) 2 2) -2 3) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{9}$ 4) $\log_{\frac{1}{2}} 9$
11. Найдите значение выражения $4,5^{\log_{4,5} 3} - 15$
- 1) -6 2) 24 3) -10,5 4) 6
12. Найдите значение выражения $6 \cdot 4,5^{\log_{4,5} 9}$
- 1) 6 2) 27 3) 12 4) 54
13. Найдите значение выражения $8 \cdot 0,5^{\log_{0,5} 3}$
- 1) 48 2) 8 3) 24 4) 4
14. Найдите значение выражения $5 \cdot 0,6^{\log_{0,6} 12}$

- 1) 100 2) 60 3) 3 4) 5

15. Найдите значение выражения $10 \cdot 0,6^{\log_{0,6} 3}$

- 1) 30 2) 6 3) 10 4) 50

16. Найдите значение выражения $4 \cdot 2,5^{\log_{2,5} 10}$

- 1) 10 2) 16 3) 40 4) 4

17. Найдите значение выражения $3^{\log_2 0,25 + \log_3 5}$

- 1) - 45 2) $\frac{5}{9}$ 3) $5^{\log_2 0,25}$ 4) $5 \log_2 0,25$

18. Найдите значение выражения $9^{\log_9 2 + \log_5 0,04}$

- 1) 0,25 2) $\frac{2}{81}$ 3) - 4 4) 4

19. Вычислите $2 \log_2 5 + \log_2 0,04$

- 1) - 1 2) 0 3) $\log_2 5$ 4) 3

20. Укажите значение выражения $\frac{\log_7 98 - \log_7 14}{7}$

- 1) - 1 2) 1 3) $\frac{1}{7}$ 4) - $\frac{1}{4}$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №47

«Решение логарифмических уравнений».

Цели занятия:

- Научить распознавать логарифмические уравнения и классифицировать их по типам.
- Закрепить знания о свойствах логарифмов и их применении при решении уравнений.
- Научить решать логарифмические уравнения различной сложности, используя преобразования, потенцирование и замену переменных.
- Повторить основные понятия, связанные с областью допустимых значений (ОДЗ) логарифмических выражений

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Вычисление логарифмов

- Найдите значения следующих логарифмов:

1. $\log_2 32$
2. $\log_3 81$
3. $\log_{10} 100$

Решение простых логарифмических уравнений

- Решите уравнения:

1. $\log_5 x = 2$
2. $\log_4(x - 1) = 3$
3. $\log_2 x = 5$
4. $\log_3(x^2 - 5x - 23) = 0$
5. $\log_4(x^2 - 5x - 13) = 0$

Уравнения с одинаковыми основаниями

- Решите уравнения, используя свойства логарифмов:

1. $\log_2(x + 3) = \log_2 5$
2. $\log_3(x^2) = \log_3 9$

Применение свойств логарифмов

- Упростите и решите:

1. $\log_5(x^2 - x - 6) = 0$
2. $\log_{10}(3x + 6) - \log_{10}(x + 2) = 1$

Сложные логарифмические уравнения

- Решите следующие уравнения:

1. $\log_7(x^2 + x) = \log_7(x + 6)$
2. $\log_7(7x + 2) = \log_7(10 - 3x)$
3. $\log_6(4x + 5) = \log_6(9 - 2x)$
4. $\log_9(5x + 3) = \log_9(9 - 3x)$
5. $\lg(x + 2) + \lg(x - 2) = \lg(5x + 10)$
6. $\lg(x - 1) + \lg(x + 1) = \lg(9x + 9)$

- Начните с определения области допустимых значений (ОДЗ).

7. $\log_4(x^2 - x - 12) = 2$

Уравнения с переменной в основании

- Решите уравнение:

- $\log_x 16 = 4$

- Определите ОДЗ и найдите значение x .

Применение метода потенцирования

- Примените метод потенцирования для решения:

- $\log_2(x + 4) = \log_2(x^2 - x)$

Проверка корней

Найдите корни уравнений и проверьте их на соответствие ОДЗ:

1. $\log_5(x^2 + x - 6) = 1$
2. $\log_3(x^2 + x + 1) = \log_3 9$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №48

«Решение логарифмических неравенств».

Цели занятия:

- Научить применять свойства логарифмов для преобразования неравенств.
- Развить умения решать логарифмические неравенства различной сложности, включая как простые, так и составные.
- Оценить уровень понимания и навыков в решении логарифмических неравенств через контрольные задания и тестирование, чтобы выявить области, требующие дополнительного внимания и практики.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Простые логарифмические неравенства

- Решите следующие неравенства:
 1. $\log_2(x) > 3$
 2. $\log_5(x - 1) \leq 2$
 3. $\log_4 x \leq 2$
 4. $\log_3 x > 2$
 5. $\log_2 x > 4$
 6. $\log_2 x \leq 3$

2. Неравенства с одинаковыми основаниями

Решите неравенства:

1. $\log_3(x + 4) < \log_3 10$
2. $\log_4(2x) \geq \log_4 8$

3. Неравенства с разными основаниями

Решите неравенства, используя свойства логарифмов:

1. $\log_{10}(x + 5) > \log_5 x$

2. $\log_2(x^2 - 1) < \log_3(x + 1)$

4. Сложные логарифмические неравенства

Решите следующие неравенства:

1. $\log_2(x^2 - x - 6) > 0$

- Определите область допустимых значений.

2. $\log_{0,5}(x + 3) \leq -1$

5. Неравенства с переменной в основании

Решите уравнение:

1. $\log_x(x + 2) < 1$

- Укажите область допустимых значений.

6. Применение свойств логарифмов

- Упростите и решите:

$$\log_3(x + 1) + \log_3(x - 2) < 2$$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №49

«Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства в профессии «Сварщик».

«Логарифмы в природе и технике».

Цели занятия:

- Познакомить с практическими примерами использования логарифмов в различных областях, таких как астрономия, биология, экология и техника.
- Научить анализировать задачи и применять логарифмические функции для решения реальных проблем, например, в звуковых измерениях и росте популяций.
- Обобщить знания о логарифмах и их свойствах, а также показать их связь с другими математическими концепциями.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Логарифмическая спираль

Опишите, что такое логарифмическая спираль и приведите примеры её проявления в природе. Укажите, как она встречается в строении раковин моллюсков и рогах горных козлов.

2. Исследуйте, как логарифмическая спираль может быть использована в дизайне сварных соединений. Приведите примеры, где такая форма может быть полезна (например, в трубопроводах или конструкциях). (Подсказка: Как логарифмическая спираль может улучшить прочность сварных соединений, обеспечивая равномерное распределение напряжений.)

3. Применение логарифмов в астрономии

Объясните, как астрономы используют логарифмы для классификации звезд по их яркости. Приведите пример, как звезда третьей величины ярче звезды первой величины.

4. Логарифмы и громкость звука

Опишите, как громкость звука измеряется в децибелах и как это связано с логарифмической шкалой. Приведите пример, как изменение громкости на 10 дБ соответствует изменению физической силы звука.

5. Логарифмы в биологии

Приведите примеры использования логарифмов в биологии. Как они помогают описать рост растений или форму животных? Укажите, какие структуры растут по логарифмической спирали.

6. Логарифмические функции в технике

Опишите, как логарифмы применяются в различных технических системах (например, в гидротехнике). Как использование логарифмических форм может улучшить эффективность работы систем?

7. Логарифмы и экология

Объясните, как логарифмы могут быть использованы для описания экологических процессов, например, при оценке численности популяций или распределения ресурсов.

8. Исследование логарифмов в геометрии

Исследуйте уравнение логарифмической спирали в полярной системе координат. Как это уравнение выглядит и какие его основные свойства?

9. Применение логарифмов в медицине

Обсудите, как логарифмы используются в медицинских исследованиях, например, для оценки дозировки лекарств или анализа данных о здоровье.

10. Логарифмы и экономика

Приведите примеры применения логарифмов в экономике, например, при анализе роста экономики или оценке рисков.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 12. Множества. Элементы теории графов.

Практическое занятие №50

«Операции со множествами и их применение в практической деятельности сварщика».

Цели занятия:

- Познакомить с основными операциями над множествами: объединением, пересечением, разностью.
- Научить выполнять операции над множествами и находить их результаты
- Научить применять множества в практической деятельности
- Закрепить теоретические знания о множествах и их свойствах, а также сформировать умения применять их при решении задач.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Основные операции с множествами

Даны множества:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

Выполните следующие операции и запишите результаты:

$A \cup B$ (Объединение)

$A \cap B$ (Пересечение)

$A - B$ (Разность)

$B - A$ (Разность)

Решение:

Объединение:

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ Объединение двух множеств включает все элементы из обоих множеств, при этом дубликаты не учитываются.

Пересечение:

$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{4, 5\}$ Пересечение включает только те элементы, которые присутствуют в обоих множествах.

Разность:

$A-B = \{1,2,3,4,5\} - \{4,5,6,7,8\} = \{1,2,3\}$ Разность множества А и множества В включает все элементы из А, которые не находятся в В.

$B-A = \{4,5,6,7,8\} - \{1,2,3,4,5\} = \{6,7,8\}$ Разность множества В и множества А включает все элементы из В, которые не находятся в А.

2. Пусть множество А — это инструменты, необходимые для выполнения сварочных работ:

$A = \{\text{сварочный аппарат, защитные очки, перчатки, угловая шлифовальная машина}\}$

Пусть множество В — это инструменты, которые выдает мастер на складе:

$B = \{\text{сварочный аппарат, защитные очки, ключи, молоток}\}$

Какие инструменты доступны для сварщика из склада?

Решение:

Найдем пересечение множеств А и В:

$A \cap B$ (Пересечение) (сварочный аппарат, защитные очки)

Ответ Сварщик может использовать сварочный аппарат и очки.

3. Определите элементы каждого множества. Выполните операции объединения, пересечения и разности между множествами А, В и С.

Известно, что множество А содержит инструменты, необходимые для выполнения сварочных работ. Определите множество А и перечислите его элементы. Множество В, содержащее инструменты для подготовки материалов (например, шлифовальные машины, резак). Множество С, содержащее инструменты для контроля качества сварки (например, ультразвуковые дефектоскопы, измерительные приборы).

Решение:

Определение множеств: Множество А - (инструменты для сварки): сварочный аппарат, маска, перчатки, электрод, проволока, баллон с газом.

Множество В - (инструменты для подготовки материалов): шлифовальная машина, резак, наждачная бумага.

Множество С (инструменты для контроля качества): ультразвуковой дефектоскоп, измерительный прибор, визуальный контроль.

Операции над множествами:

$A \cup B$ (Объединение)

$A \cup B = \text{сварочный аппарат, маска, перчатки, электрод, проволока, баллон с газом, шлифовальная машина, резак, наждачная бумага.}$

$A \cap B$ (Пересечение)

$A \cap B = \emptyset$ (нет общих элементов)

$A - C$ (Разность)

$A - C = \text{сварочный аппарат, маска, перчатки, электрод, проволока, баллон с газом.}$

Объединение показывает все инструменты, которые могут быть использованы в процессе сварки и подготовки материалов. Пересечение показывает, что инструменты для сварки и подготовки материалов не пересекаются, что подчеркивает их уникальные функции. Разность показывает, какие инструменты для сварки не относятся к контролю качества, что важно для понимания различных этапов сварочного процесса.

4. Определите множество А, содержащее различные типы сварочных материалов (например, электроды, проволока, флюсы). Затем создайте множество В, содержащее материалы, используемые для сварки различных металлов (например, сталь, алюминий, медь).

Решение:

Опишите каждое множество, перечислите его элементы и выполните операции объединения, пересечения и разности между множествами А и В. Объясните, как эти операции могут помочь в выборе материалов для сварки.

5. Пусть множество А содержит типы дефектов, которые могут возникнуть при сварке (например, трещины, поры, недостаточная проплавка). Создайте множество С, содержащее методы устранения этих дефектов (например, повторная сварка, шлифовка, использование добавочных материалов).

Решение:

Определите элементы каждого множества и выполните операции объединения, пересечения и разности между множествами А и С. Объясните, как результаты этих операций могут помочь сварщику в диагностике и устранении дефектов.

6. Пусть множество А содержит потенциальные риски, связанные с процессом сварки (например, ожоги, отравление газами, электрический удар). Создайте множество В, содержащее меры предосторожности для минимизации этих рисков (например, использование защитной одежды, вентиляция, обучение).

Решение:

Определите элементы каждого множества и выполните операции объединения, пересечения и разности между множествами А и В. Объясните, как результаты этих операций могут помочь в обеспечении безопасности на рабочем месте

7. Проверка принадлежности

Проверьте, принадлежит ли элемент множеству:

Для множества $\{x | x^2 < 16\}$ проверьте принадлежность следующих элементов:

1. 3 2. -5 3. 4

Неравенство $x^2 < 16$ решается как: $-4 < x < 4$ Теперь проверим принадлежность:

1. Для $x=3$:

$$x^2 = 9 < 16 \rightarrow \text{принадлежит.}$$

2. Для $x=-5$:

$$x^2 = 25 > 16 \rightarrow \text{не принадлежит.}$$

3. Для $x=4$:

$$x^2 = 16 \text{ (не строго меньше)} \rightarrow \text{не принадлежит.}$$

8. Законы операций с множествами

Используя законы операций с множествами, докажите следующие равенства:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ (Ассоциативный закон объединения)
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ (Ассоциативный закон пересечения)

Для проверки возьмем произвольные множества:

$$\text{Пусть } A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{3\}$$

Решение:

- $B \cup C = \{2\} \cup \{3\} = \{2, 3\}$
- $A \cup (B \cup C) = A \cup \{2, 3\} = \{1\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$

Теперь проверим вторую часть:

1. $A \cup B = \{1\} \cup \{2\} = \{1, 2\}$
2. $(A \cup B) \cup C = \{1, 2\} \cup C = 1, 2, 3$

Таким образом:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

9. Сложные операции

- Даны множества:
- $D = \{1, 2, 3\}$
- $E = \{2, 3, 4\}$

Найдите результат следующего выражения:

- $(D \cup E) - (D \cap E)$

10. Декартово произведение

- Найдите декартово произведение двух множеств:
- $F = \{a, b\}$
- $G = \{1, 2\}$

11. Применение операций в задачах

- Решите задачу: В классе есть два кружка — математический и физический.
- Математический кружок: $M = \{\text{Аня, Борис, Вика}\}$
- Физический кружок: $P = \{\text{Борис, Дима}\}$

Найдите:

1. Учащихся, которые посещают оба кружка ($M \cap P$).
2. Учащихся, которые посещают хотя бы один кружок ($M \cup P$).
3. Учащихся, которые посещают только математический кружок ($M - P$).

12. Применение в реальной жизни

- Приведите примеры из реальной жизни для каждой из операций со множествами (объединение, пересечение и разность). Опишите ситуацию и соответствующие множества.
- Например:

Объединение множеств ($A \cup B$)

Ситуация: Вы организуете вечеринку и собираете список гостей.

- **Множество А:** Гости, приглашенные на вечеринку из класса:
 $A = \{ \}$
- **Множество В:** Гости, приглашенные из кружка по интересам:
 $B = \{ \}$

Объединение:

$$A \cup B = \{ \} \cup \{ \} = \{ \}$$

Описание: Объединение включает всех гостей, приглашенных на вечеринку. Даже если кто-то был приглашен дважды (например, Борис), в итоговом списке он будет представлен только один раз.

2. Пересечение множеств ($A \cap B$)

Ситуация: Вы хотите узнать, какие книги есть и в вашей библиотеке, и в библиотеке друга.

- **Множество А:** Книги в вашей библиотеке:

$$A = \{1984\}$$

- **Множество В:** Книги в библиотеке друга:

$$B = \{ \}$$

Пересечение:

$$A \cap B = \{ \}$$

Описание: Пересечение показывает книги, которые есть как у вас, так и у вашего друга. Это полезно для определения общих интересов или для планирования совместного чтения.

3. Разность множеств ($A - B$)

Ситуация: Вы хотите узнать, какие фрукты есть у вас дома, но которых нет у вашего соседа.

- **Множество А:** Фрукты у вас дома:

$$A = \{ \}$$

- **Множество В:** Фрукты у соседа:

$$B = \{ \}$$

Разность:

$$A - B = \{ \}$$

Описание: Разность показывает фрукты, которые есть только у вас и отсутствуют у соседа. Это может помочь вам понять, что вы можете предложить своему соседу или что вам нужно купить. Эти примеры иллюстрируют практическое применение операций над множествами в повседневной жизни и помогают лучше понять концепции объединения, пересечения и разности множеств.

Контроль знаний студентов:

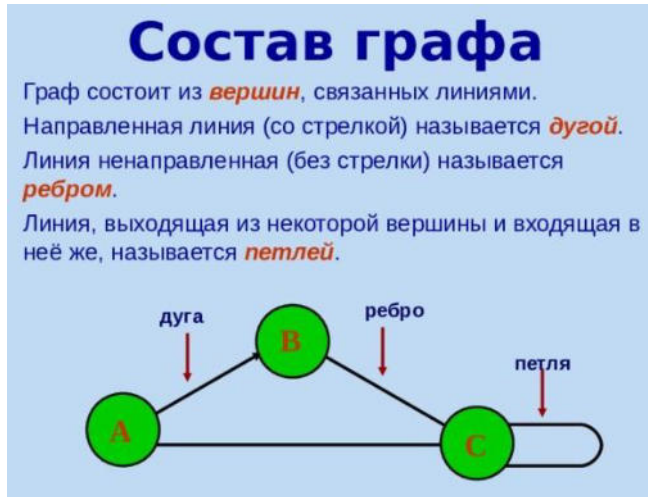
- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №51**«Применение графов к решению задач»**

Цели занятия:

- Сформировать понимание возможностей применения графов для решения практических задач, повышения навыков построения математических моделей с использованием графов.

- Закрепить и систематизировать знания учащихся об основных понятиях теории графов (вершины, ребра, пути, циклы, связность).
- Познакомить с примерами применения графов в различных областях (логистика, социальные сети, экономика, программирование).
- Научить строить графические модели для решения конкретных задач.



Оформление работы:

Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.

Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Модель транспортной сети.

Постройте граф, представляющий транспортную сеть вашего города. Вершины графа должны представлять остановки общественного транспорта, а ребра — маршруты между ними. Определите, какие маршруты могут быть оптимизированы для сокращения времени в пути.

2. Социальная сеть

Создайте граф, представляющий социальную сеть, где вершины — это пользователи, а ребра — это дружеские связи между ними. Определите, кто является наиболее влиятельным пользователем в сети, используя алгоритм центральности.

3. Оптимизация расписания

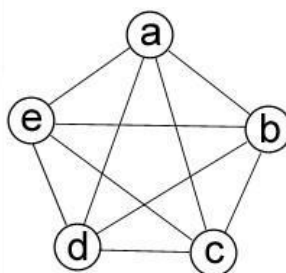
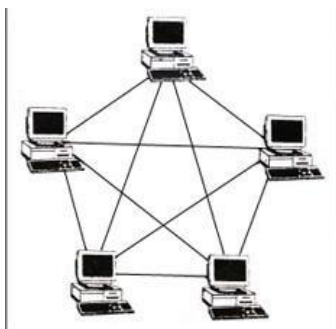
Постройте граф, представляющий расписание пар, где вершины — это предметы, а ребра — это зависимости между ними (например, некоторые предметы не могут проходить одновременно). Определите, как можно оптимизировать расписание, чтобы избежать конфликтов.

4. Исследование экосистемы.

Постройте граф, представляющий экосистему, где вершины — это виды животных и растений, а ребра — это пищевые цепи между ними. Определите, какие виды являются ключевыми для поддержания экосистемы.

5. Сетевой анализ

Создайте граф, представляющий компьютерную сеть, где вершины — это компьютеры, а ребра — соединения между ними. Определите, как можно улучшить безопасность сети, добавив дополнительные соединения или узлы.



Решение:

Сеть состоит из следующих компьютеров: a,b,c,d,e.

Соединения между компьютерами:

a соединена с b

b соединена с c

c соединилась с d

d соединена с e

Вершины графа: a,b,c,d,e (компьютеры).

Ребра графа: (a, b), (b, c), (c, d), (d, e) (соединения между компьютерами).
 Получается линейный граф, где компьютеры соединяются последовательно.
 Ребра (a, b), (b, c), (c, d), (d, e) являются мостами. Удаление любого из этих ребров приведет к разделению графа на два несвязных компонента. Соединить a с c, b с d и c с e. Это создаст дополнительный путь между компьютерами, так что отказ одного соединения не приведет к разделению сети. Добавить новый сервер (вершину F) и соединить его со всеми существующими компьютерами (a,b,c,d,e). Это создатель звездообразной топологии, где сервер F является центральным узлом, и отказ от любых соединений или компьютеров, кроме F, не влияет на связность сети.
 Использование графов позволяет наглядно представить структуру компьютерной сети и выявить ее уязвимые места. Добавление резервных соединений или создание центрального узла может значительно повысить безопасность и устойчивость сети к различным угрозам

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе

Тема 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Практическое занятие №52

«Сложение и умножение вероятностей».

Цели занятия:

- Познакомить с основными понятиями и определениями теории вероятностей, такими как событие, исход и вероятность.
- Научить студентов вычислять вероятности различных событий, используя классические определения и формулы.
- Обучить учащихся применять полученные знания для решения практических задач, включая анализ вероятностных ситуаций в реальной жизни.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Сложение вероятностей несовместных событий

Вероятность того, что студент сдаст экзамен по математике, равна 0,7, а вероятность сдачи экзамена по физике — 0,5. Какова вероятность того, что студент сдаст хотя бы один из этих экзаменов?

Решение

События "сдать математику" и "сдать физику" являются несовместными (студент не может сдать оба экзамена одновременно). Поэтому мы можем использовать формулу сложения вероятностей:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Где:

- $P(A) = 0.7$ (вероятность сдачи математики)

- $P(B)=0.5$ (вероятность сдачи физики)

Подставляем значения:

$$P(A \cup B) = 0.7 + 0.5 = 1.2$$

Однако вероятность не может превышать 1, поэтому это означает, что мы должны учитывать случай, когда студент может не сдать ни один из экзаменов. Для этого нужно вычесть вероятность того, что он не сдаст ни один из экзаменов:

$P(\text{ни один}) = (1 - P(A))(1 - P(B)) = (1 - 0.7)(1 - 0.5) = 0.3 \times 0.5 = 0.15$. Таким образом, вероятность того, что студент сдаст хотя бы один экзамен:

$$P(A \cup B) = 1 - P(\text{ни один}) = 1 - 0.15 = 0.85$$

Ответ: Вероятность того, что студент сдаст хотя бы один экзамен равна **0.85**.

2. Сложение вероятностей совместных событий

Вероятность того, что на соревнованиях победит команда А, составляет 0,6, а вероятность победы команды В — 0,4. Если известно, что команды не могут победить одновременно, найдите вероятность того, что победит хотя бы одна из команд.

3. Умножение вероятностей независимых событий

Вероятность того, что при броске монеты выпадет орел, равна 0,5. Какова вероятность того, что при двух последовательных бросках монеты оба раза выпадет орел?

Решение:

События "выпадение орла в первом броске" и "выпадение орла во втором броске" являются независимыми событиями. Для независимых событий используется формула:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Где:

- $P(A)=0.5$ (вероятность выпадения орла в первом броске)
- $P(B)=0.5$ (вероятность выпадения орла во втором броске)

Подставляем значения:

$$P(A \cap B) = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$$

Ответ: Вероятность того, что оба раза выпадет орел равна **0.25**.

4. Умножение вероятностей зависимых событий

В урне находятся 3 красных и 2 синих шара. Какова вероятность того, что при последовательном извлечении двух шаров первым будет красный, а вторым — синий?

Решение:

Вероятность извлечения первого красного шара:

$P(\text{красный}) = \frac{3}{5}$ После извлечения красного шара в урне останется 2 красных и 2 синих шара (всего 4 шара).

Вероятность извлечения синего шара во втором случае:

$P(\text{синий}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ Теперь находим общую вероятность:

$$P(\text{красный, синий}) = P(\text{красный}) \cdot P(\text{синий}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

Ответ: Вероятность того, что первым будет красный шар, а вторым — синий равна 0.3 или $\frac{3}{10}$

5. Комбинированные задачи на сложение и умножение

В классе 20 учеников. Вероятность того, что ученик А ответит правильно на вопрос — 0,8. Вероятность того, что ученик Б ответит правильно на тот же вопрос — 0,6. Найдите вероятность того, что хотя бы один из них ответит правильно.

6. Задачи на нахождение вероятности по формуле сложения

В магазине есть 10 моделей телефонов. Вероятность того, что покупатель выберет модель А равна 0,3, а модель Б — 0,2. Какова вероятность того, что покупатель выберет либо модель А, либо модель Б?

7. Сложные задачи на умножение вероятностей

В двух независимых испытаниях вероятность успеха в первом испытании составляет 0,7, а во втором — 0,5. Какова вероятность того, что оба испытания будут успешными?

8. Задачи на условную вероятность

В классе 15 учеников: 10 мальчиков и 5 девочек. Вероятность того, что случайно выбранный ученик — мальчик и он хорошо учится (вероятность хорошо учиться среди мальчиков — 0,6), составляет:

1. Найдите общую вероятность того, что выбранный ученик хорошо учится.
2. Найдите условную вероятность того, что выбранный ученик — мальчик при условии, что он хорошо учится.

9. Задачи на применение формул сложения и умножения

В одной игре вероятность выигрыша составляет 0,4 для игрока А и 0,5 для игрока Б. Найдите вероятность того, что хотя бы один из игроков выиграет.

10. Практическая задача на сложение и умножение вероятностей

В компании работают два отдела: в первом отделе вероятность выполнения плана составляет 0,9, а во втором — 0,85. Какова вероятность выполнения плана хотя бы в одном из отделов?

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №53

«Понятие о независимости событий в практической деятельности сварщика»

«Вероятность в профессиональных задачах».

Цели занятия:

- Ознакомление с основными понятиями, определениями и свойствами теории вероятностей и математической статистики.

- Обучение основам вероятностного анализа, включая случайные события, вероятности их осуществления и случайные величины.
- Развитие навыков работы с математическим аппаратом теории вероятностей, что подготовит их к дальнейшему изучению дисциплин, использующих методы вероятностно-статистического анализа.
- Научить применять теоретико-вероятностный и статистический аппарат для решения прикладных задач

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

Примеры необычных событий в сварочных работах:

- **Выбор электрода и качество:** Предполагается, что сварщик выбирает тип электрода (событие А) и оценивает качество сварного шва (событие В). Если правильный выбор электрода *влияет* на качество, эти события *не* являются независимыми. Если же выбор электрода никак не связан с мощностью питания (например, используется неподходящий электрод, а качество всегда плохое), то события можно рассматривать независимо.
- **Погодные условия и скорость сварки:** Если погодные условия (событие А, например, дождь) не влияют на скорость сварки (событие В), то эти события независимы. Однако, если дождь замедляет процесс сварки, события становятся зависимыми.
- **Наличие дефекта и результат рентгенологического контроля:** Если наличие внутреннего дефекта в сварном шве (событие А) влияет на ограждения, обнаружение этого дефекта при рентгеновском контроле (событие В), то эти события не являются независимыми.

1. Сварщик использует два метода контроля качества сварного шва: визуальный осмотр и ультразвуковой контроль. Вероятность обнаружения дефекта при визуальном осмотре составляет 0,7, вероятность обнаружения дефекта при ультразвуковом контроле составляет 0,9. Какова защита от того, что дефект будет обнаружен хотя бы одним из этих методов, если они будут применяться независимо друг от друга?

Решение:

Пусть А - событие, которое обнаружило при визуальном осмотре дефект ($P(A) = 0,7$).

Пусть В - событие, что обнаружен дефект при ультразвуковом контроле ($P(B) = 0,9$).

Вероятность того, что дефект *не* будет обнаружен при визуальном осмотре, равна $1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Вероятность того, что дефект *не* будет обнаружен при ультразвуковом контроле, равна $1 - P(B) = 1 - 0,9 = 0,1$.

Вероятность того, что дефект *не* будет обнаружен *ни одним* из методов, равна $0,3 * 0,1 = 0,03$ (так как события независимы).

Следовательно, вероятность того, что дефект будет обнаружен хотя бы одним из методов, равна $1 - 0,03 = 0,97$.

2. Сварщик работает на двух разных сварочных аппаратах. Вероятность поломки первого устройства в течение смены равна 0,02, а вероятность поломки второго устройства равна 0,03. Какова вероятность того, что при смене сломается *хотя бы один* из аппаратов? Считать поломки аппаратов независимыми событиями.

Решение:

Пусть А - событие, что сломается первый аппарат ($P(A) = 0,02$).

Пусть В - событие, что сломался второй аппарат ($P(B) = 0,03$).

Вероятность того, что первый аппарат *не* сломается, равна $1 - P(A) = 1 - 0,02 = 0,98$.
Вероятность того, что второй аппарат *не* сломается, равна $1 - P(B) = 1 - 0,03 = 0,97$.
Вероятность того, что *оба* устройства *не* сломаются, равна $0,98 * 0,97 = 0,9506$.
Следовательно, вероятность того, что сломается *хотя бы один* из аппаратов, равна $1 - 0,9506 = 0,0494$.

3. На сварочном участке использовалось два сварочных аппарата. Вероятность безотказной работы первого аппарата в течение месяца составляет 0,9, вероятность безотказной работы второго аппарата составляет 0,85. Какова вероятность того, что оба устройства будут работать безотказно в течение месяца? Какова вероятность того, что в течение месяца сломается хотя бы один аппарат? Если известно, что один из аппаратов сломался, какова вероятность, что сломался именно первый аппарат? (Считать события поломки независимыми).

Решение:

Достоверность безотказной работы устройств:

$$P(A \text{ и } B) = P(A) * P(B) = 0,9 * 0,85 = 0,765$$

Вероятность того, что сломается хотя бы один аппарат:

$$P(A \text{ или } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ и } B)$$

$$P(A) = \text{вероятность поломки первого устройства} = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$P(B) = \text{вероятности поломки второго разряда} = 1 - 0,85 = 0,15$$

$$P(A \text{ или } B) = 0,1 + 0,15 - (0,1 * 0,15) = 0,25 - 0,015 = 0,235$$

Предполагается, что аппараты не могут сломаться одновременно.

$$P(A) / (P(A) + P(B) - P(A \text{ и } B)) = 0,1 / 0,235 = 0,425$$

4. Сварщик использует защитные очки с вероятностью 0.85 и защитные перчатки с вероятностью 0.90. Предположим, что использование этих средств защиты является независимым событием. Какова вероятность того, что сварщик использует хотя бы одно из средств защиты?

Решение:

Вероятность использования защитных очков: $P(A)=0.85$ Вероятность использования защитных перчаток: $P(B)=0.90$ Вероятность того, что сварщик не использует защитные очки: $P(A')=1-P(A)=0.15$ Вероятность того, что сварщик не использует защитные перчатки: $P(B')=1-P(B)=0.10$ Вероятность того, что сварщик не использует ни одно из средств защиты: $P(A' \cap B')=P(A') \cdot P(B')=0.15 \cdot 0.10=0.015$ Следовательно, вероятность того, что сварщик использует хотя бы одно из средств защиты:

$$P(A \cup B)=1-P(A' \cap B')=1-0.015=0.985$$

Ответ: Вероятность того, что сварщик использует хотя бы одно из средств защиты составляет 0.985.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №54

«Задачи математической статистики».

Цели занятия:

- Познакомить с ключевыми понятиями и методами математической статистики, включая вероятностные модели, случайные величины и их распределения, а также числовые характеристики распределений

- Научить применять статистические методы для анализа данных, включая сбор, систематизацию и интерпретацию результатов наблюдений
- Формировать навыки использования методов математической статистики для решения реальных задач, таких как проверка гипотез, построение доверительных интервалов и оценка параметров распределений

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Число букв в некотором тексте X оказалось равным 1000. Первой встретилась буква «я», второй - буква «и», третьей- буква «а», четвертой- «ю». Затем шли буквы «о», «е», «у», «э», «ы».

Решение:

Выпишем места, которые они занимают в алфавите, соответственно имеем: 33, 10, 1, 32, 16, 6, 21, 31, 29.

После упорядочения этих чисел по возрастанию получаем вариационный ряд: 1, 6, 10, 16, 21, 29, 31, 32, 33.

Частоты появления букв в тексте: «а» - 75, «е» - 87, «и» - 75, «о» - 110, «у» - 25, «ы» - 8, «э» - 3, «ю» - 7, «я» - 22.

Составим точечный вариационный ряд частот:

x_i	1	6	10	16	21	29	31	32	33
n_i	75	87	75	110	25	18	3	7	22

-Варианты

-Частоты

2. Задано распределение частот выборки объема $n = 20$.

Составьте точечный вариационный ряд относительных частот.

x_i	2	6	12
n_i	3	10	7

Решение:

Найдем относительные частоты:

x_i	2	6	12
(Частота $n_i / 20$) w_i	0,15	0,5	0,35

При построении интервального распределения существуют правила выбора числа интервалов или величины каждого интервала. Критерием здесь служит оптимальное соотношение: при увеличении числа интервалов улучшается репрезентативность, но увеличивается объем данных и время на их обработку. Разность $x_{\max} - x_{\min}$ между наибольшим и наименьшим значениями вариантов называют **размахом** выборки.

Для подсчета числа интервалов k обычно применяют эмпирическую формулу Стреджесса (подразумевая округление до ближайшего удобного целого): $k = 1 + 3.322 \lg n$.

Соответственно, величину каждого интервала h можно вычислить по формуле :

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3.322 \lg n}$$

5. Для выборки
 3; 8; -1; 3; 0; 5; 3; -1; 3; 5
 Определить объем и размах.
 Объем выборки $n=10$
 Размах $8 - (-1) = 9$
 Составить статистический ряд в виде последовательности пар.
 Сумма частот равна $n=10$

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

1. В банке имеется выборка из 100 заемщиков. Из них 15 — мужчины-администраторы, 35 — женщины-операционисты, 40 — мужчины и 60 — операционисты. Найдите вероятность того, что случайно выбранный заемщик будет:

- Мужчиной-администратором.
- Женщиной-операционистом.
- Мужчиной.
- Операционистом

Решение:

- Вероятность мужчины-администратора:

$$P = \frac{15}{100} = 0,15$$

- Вероятность женщины-операциониста:

$$P = \frac{35}{100} = 0,35$$

- Вероятность мужчины:

$$P = \frac{40}{100} = 0,4$$

- Вероятность операциониста:

$$P = \frac{60}{100} = 0,6$$

2. Постройте полином относительных частот по данному распределению выборки:

x_i	1,5	3,5	5,5	7,3
W_i	0,1	0,2	0,4	0,3

Решение:

В случае непрерывного признака целесообразно строить гистограмму, для чего интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения признака, разбивают на несколько частичных интервалов длиной h и находят для каждого частичного интервала n_i — сумму частот вариантов, попавших в i -ый интервал. (Например, при измерении роста человека или веса, мы имеем дело с непрерывным признаком).

Гистограмма частот - это ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной h , а высоты равны отношению w_i/h (плотность частот).

Площадь i -го частичного прямоугольника равна f_i - сумме частот вариант i -го интервала, т.е. площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, т.е. объему выборки.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №55

«Составление таблиц и диаграмм заданных различными способами в области сварки»

Цели занятия:

- Научить составлять таблицы и строить диаграммы на основе заданных данных.
- Анализировать данные, представленные в таблицах и диаграммах, и делать выводы.
- Развить навыки построения графиков функций и их интерпретации.
- Сформировать понимание, как математические методы могут быть применены в профессиональной деятельности, связанной с сваркой.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Составьте таблицу, в которой представлены данные о различных видах сварки (ручная дуговая, газовая, аргонодуговая, лазерная) и их характеристиках:
 - Тип сварки
 - Температура плавления
 - Применяемые материалы
 - Преимущества
 - Недостатки
2. На основе данных из таблицы (Задание 1) постройте столбчатую диаграмму, сравнивающую температуру плавления для каждого типа сварки. Подпишите оси и добавьте заголовок диаграммы.
3. Постройте линейный график, показывающий изменение температуры сварочной дуги (в °C) в зависимости от времени (в секундах) для ручной дуговой сварки. Данные:
 - 0 сек — 2000°C
 - 5 сек — 2500°C
 - 10 сек — 3000°C
 - 15 сек — 3500°C
 - 20 сек — 4000°C

4. Составьте таблицу, в которой представлены данные о зависимости прочности сварного шва (в МПа) от температуры нагрева (в °С) для различных материалов:

Температура (°С)	Сталь (МПа)	Алюминий (МПа)	Медь (МПа)
500	300	200	150
600	350	220	160
700	400	240	170
800	450	260	180

5. На основе таблицы из Задания 1 постройте график зависимости прочности сварного шва от температуры нагрева для стали, алюминия и меди на одной координатной плоскости. Добавьте легенду и подписи к осям.

6. На предприятии используется формула для расчета эффективности сварки:

$$E = \frac{P}{Q}$$

где P — мощность (в кВт), Q — энергопотребление (в кВт·ч). Данные:

Мощность (кВт)	Энергопотребление (кВт·ч)
10	2
20	4
30	6
40	8

Составьте таблицу значений эффективности E для каждого случая.

Постройте график зависимости E от мощности P .

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Тема 14. Уравнения и неравенства.

Практическое занятие №56

«Общие методы решения».

Цели занятия:

- Обобщить знания по теме: «Уравнения и неравенства»
- Ознакомить с различными методами решения уравнений и неравенств, такими как метод разложения на множители, метод введения новой переменной и функционально-графический метод.
- Объяснение понятий, связанных с уравнениями и неравенствами, и их значением в математике..

- Развитие навыков работы с различными типами уравнений и неравенств, включая линейные, квадратные и более сложные.
-
- Оформление работы:
- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Метод замены переменной

Решите уравнение $x^4 + 15x^2 - 16 = 0$ с помощью замены переменной.

Решение:

Введите новую переменную $t = x^2$

Перепишите уравнение через t : $t^2 + 15t - 16 = 0$ Найдите корни квадратного уравнения и найдите соответствующие значения x

2. Метод разложения на множители

Решите уравнение $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ методом разложения на множители.

Решение:

Найдите один корень уравнения методом подбора.

Разложите многочлен на множители.

Найдите все корни уравнения.

3. Графический метод

Постройте графики функций $y = x^2 - 4$ и $y=0$. Найдите точки пересечения графиков.

Решение:

Определите, где функции равны, решив уравнение $x^2 - 4 = 0$.

Найдите значения x и соответствующие значения y .

4. Метод группировки

Решите уравнение $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$ методом группировки.

Решение:

Разделите выражение на группы.

Вынесите общий множитель из каждой группы.

Найдите корни полученного произведения.

5. Линейное уравнение с параметром

Решите уравнение: $3x + 2p = 12$, где p — параметр. Найдите значение x в зависимости от p .

Решение:

$$3x = 12 - 2p$$

$$x = \frac{12 - 2p}{3}$$

6. Квадратное уравнение с параметром

Решите квадратное уравнение: $x^2 - (p - 1)x + (p + 2) = 0$

Найдите корни уравнения в зависимости от параметра p .

Определите, при каких значениях p уравнение имеет два различных корня.

7. Уравнение с параметром в дробной форме

Решите уравнение: $\frac{x+1}{p} - \frac{x-2}{p-3} = 0$. Найдите значение x в зависимости от p .

8. Параметрическое уравнение

Рассмотрите систему уравнений

$$\begin{cases} y = px + 4 \\ y = -x^2 + 6 \end{cases}$$

Найдите точки пересечения кривых в зависимости от параметра p .

Определите, при каких значениях p система имеет:

- одну общую точку,
- две общие точки,
- нет общих точек.

9. Уравнение с параметрами и условием

Решите уравнение: $x^3 - (p^2 - 4)x + p = 0$

Найдите все корни в зависимости от параметра p .

Определите, при каких значениях p уравнение имеет ровно один корень.

10. Условие для существования решений

Рассмотрите уравнение: $x^2 + (p + 5)x + (p^2 - 6) = 0$.

Для каких значений параметра p это уравнение имеет хотя бы одно решение?

11. Линейное неравенство с параметром

Решите неравенство $(k + 3)x - 5 < 2$, где k — параметр. Найдите значение x в зависимости от k .

12. Квадратное неравенство с параметром

Решите неравенство: $x^2 - (p + 1)x + p < 0$, где p — параметр. Определите, при каких значениях p неравенство имеет два различных решения.

13. Неравенство с дробным параметром

Решите неравенство: $\frac{x-1}{p} > 2$, где $p \neq 0$. Найдите значение x в зависимости от p .

14. Параметрическая система неравенств

Рассмотрите систему неравенств: $\begin{cases} x - p > 0 \\ 2x + p < 5 \end{cases}$ Найдите множество решений системы в зависимости от параметра p .

Определите, при каких значениях p система имеет хотя бы одно решение.

15. Условие для существования решений

Решите неравенство: $x^2 + (a - 3)x + (a^2 - 4) \leq 0$, где a — параметр. Для каких значений a это неравенство имеет хотя бы одно решение?

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №57

«Использование графического метода решения уравнений и неравенств в практической деятельности сварщика».

Цели занятия:

- Научить использовать графический метод для решения неравенств с одной и двумя переменными.
- Развить навыки построения графиков функций.
- Углубить знания о свойствах различных типов функций (линейных, квадратных и др.), а также их поведении на числовой оси.
- Объяснить, как находить нули функции и определять интервалы, на которых функция положительна или отрицательна.
- Научить решать системы неравенств и находить области их пересечения на графиках.
- Развить навыки анализа решений систем неравенств.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

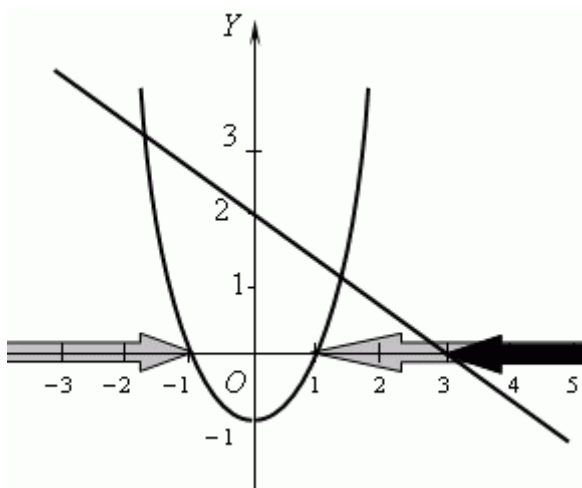
Задания:

1. Решить графически систему неравенств:

$$\begin{cases} -\frac{2}{3}x + 2 < 0, \\ x^2 - 1 > 0. \end{cases}$$

Решение:

Сначала построим графики функций $y = -\frac{2}{3}x + 2$ и $y = x^2 - 1$:



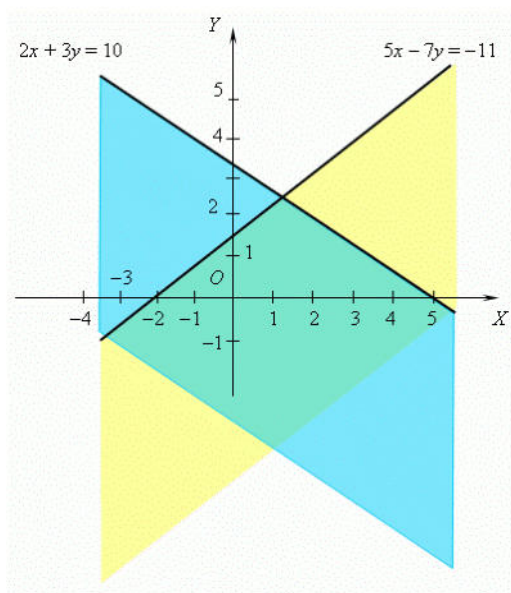
Решением первого неравенства является интервал $x > 3$, решение второго неравенства состоит из двух интервалов: $x < -1$ и $x > 1$

Из графика видно, что пересечением этих двух решений является интервал $x > 3$. Это и есть решение заданной системы неравенств.

2. Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 5x - 7y > -11, \\ 2x + 3y < 10. \end{cases}$$

Решение: Сначала строим графики линейных функций: $5x - 7y = -11$ и $2x + 3y = 10$. Для каждой из них находим полуплоскость, внутри которой соответствующее заданное неравенство справедливо. Мы знаем, что достаточно проверить справедливость неравенства в одной произвольной точке области; в данном случае легче всего использовать для этого начало координат $O(0, 0)$. Подставляя его координаты в наши неравенства вместо x и y , получим: $5 \cdot 0 - 7 \cdot 0 = 0 > -11$, следовательно, нижняя полуплоскость (жёлтого цвета) является решением первого неравенства; $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0 < 10$, поэтому второе неравенство имеет своим решением также нижнюю полуплоскость (голубого цвета). Пересечение этих полуплоскостей (область цвета бирюзы) является решением нашей системы неравенств.



3. Сварщик использует формулу для расчета температуры нагрева T (в $^{\circ}\text{C}$) в зависимости от времени t (в минутах):

$$T(t) = 20 + 50t$$

Необходимо определить, через какое время температура достигнет 300°C .

- Постройте график функции $T(t) = 20 + 50t$ для t от 0 до 10 минут.
- Найдите точку пересечения графика с прямой $T = 300$.
- Запишите ответ: через сколько минут температура достигнет 300°C

4. Сварщик анализирует, при каких значениях силы тока I (в А) прочность сварного шва P (в МПа) будет не менее 400 МПа. Зависимость задана формулой:

$$P(I) = 200 + 2I$$

- Постройте график функции $P(I) = 200 + 2I$ для I от 0 до 200 А.
- Найдите, при каких значениях I выполняется неравенство $P(I) \geq 400$.
- Запишите ответ в виде интервала значений силы тока.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №58 «Уравнения и неравенства с параметрами»

Цели занятия:

- Обобщить и систематизировать знания по теме «Уравнения и неравенства с параметрами»
- Закрепить навыки решения различных типов уравнений и неравенств с параметрами

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Решить уравнения относительно x :

$$2^{x+1} = 16$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$\sqrt{x + \sqrt{x}} = 2$$

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 2$$

2. Решить неравенства относительно x :

$$4x - 7 < 9$$

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$\frac{x-1}{x+2} > 0$$

$$-2 < 3x + 1 < 7$$

$$x^2 - 4x < 0$$

$$\frac{x+1}{x-3} \leq 0$$

3. Решите уравнение графически

$x^3 = 2x + 1$ (подсказка: постройте графики $y = x^3$ и $y = 2x + 1$ и найдите точки пересечения).

4. Решите неравенство графически

$|x| < x + 1$ (подсказка: постройте графики $y = |x|$ и $y = x + 1$ и определите, где график $|x|$ находится ниже графика $x + 1$).

5. Дано неравенство с параметром m :

$$3x + m > 6$$

- Решите неравенство относительно x .
- Определите, при каких значениях m решением неравенства является $x > 1$.
- Запишите ответ.

6. Дано уравнение с параметром a :

$$2x + a = 10.$$

- Найдите значение x в зависимости от параметра a .
- Определите, при каком значении a корень уравнения равен 3.
- Запишите ответ.

7. Дано квадратное уравнение с параметром k :

$$x^2 - kx + 4 = 0$$

- Найдите дискриминант уравнения.
- Определите, при каких значениях k уравнение имеет:
один корень;
два корня;
не имеет корней.
- Запишите ответ в виде интервалов значений k .

8. Дано уравнение с параметром b :

$$\frac{1}{x-2} = b$$

- Решите уравнение относительно x .
- Определите, при каких значениях b уравнение имеет решение.
- Запишите ответ.

9. Дано уравнение с параметром a :

$$x^2 + ax + 9 = 0$$

- Найдите дискриминант уравнения.
- Определите, при каких значениях a уравнение имеет два различных корня.
- Запишите ответ в виде интервала значений a .

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №59

«Решение уравнений и неравенств с двумя переменными».

Цели занятия:

- научить решать уравнения и неравенства с двумя переменными.
- Развить навыки построения графиков функций и анализировать их свойства.
- Развивать навыки графического решения систем уравнений и неравенств.
- Объяснить, как математические методы могут быть применены для решения практических задач.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Дано уравнение:

$$2x + 3y = 6$$

- Выразите переменную y через x .
- Постройте график уравнения на координатной плоскости.
- Найдите три различных решения уравнения.

2. Дано неравенство:

$$3x - 2y \leq 6$$

- Постройте график уравнения $3x - 2y = 6$.
- Определите, какая область координатной плоскости соответствует решению неравенства.
- Укажите три точки, являющиеся решениями неравенства.

3. Дано уравнение:

$$x^2 + y^2 = 25$$

- Постройте график уравнения на координатной плоскости.
- Найдите все целочисленные решения уравнения.
- Определите, принадлежит ли точка (3,4) графику уравнения.

4. Дано неравенство:

$$y \leq x^2 - 4x + 3$$

- Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$
- Определите область решения неравенства.
- Укажите три точки, удовлетворяющие неравенству.

5. Дано неравенство с двумя переменными и параметром a :

$$y \geq ax + 1$$

- Постройте график уравнения $y \geq ax + 1$ для $a=2$.
- Определите, при каких значениях a точка (1,4) является решением неравенства.
- Запишите ответ.

6. Дано неравенство:

$$y \geq x^2 - 6x + 8$$

- Постройте график функции $y \geq x^2 - 6x + 8$
- Определите область решения неравенства.
- Укажите три точки, удовлетворяющие неравенству.

7. Дано уравнение с двумя переменными и с параметром k :

$$y = kx^2 + 2x + 3$$

- Постройте график уравнения для $k=1$.
- Определите, при каких значениях k график уравнения проходит через точку (1,6).
- Запишите ответ.

8. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Обозначим: велосипедист – x (время $2/3$ ч, расстояние – $2x/3$)

мотоциклист – y (время $1/6$ ч, расстояние – $y/6$)

Составляем уравнение: $\frac{2x}{3} = \frac{y}{6} \quad y=4x$

$$2x - 0,5x = 30$$

$$X=20$$

Находим y . $Y=80$

9. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.
10. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Практическое занятие №60

«Решение систем уравнений с двумя переменными».

Цели занятия:

- Научать решать системы уравнений с двумя переменными различными методами.
- Научать решать нелинейные системы уравнений с двумя переменными
- Развить навыки построения графиков функций и анализировать их свойства.
- Развивать навыки графического решения систем уравнений
- Объяснить, как математические методы могут быть применены для решения практических задач научить решать уравнения с двумя переменными.

Оформление работы:

- Ответы на задания должны быть оформлены с подробным объяснением каждого шага.
- Каждое решение должно содержать обоснование и необходимые вычисления.

Задания:

1. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

- Используйте метод исключения для решения системы.
- Найдите значения x , y и z .
- Запишите решение системы.

2. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

- Выразите y из второго уравнения.
- Подставьте выражение для y в первое уравнение и найдите x .
- Найдите y и запишите решение системы.

3. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

- Сложите оба уравнения, чтобы исключить y .
- Найдите x .
- Подставьте найденное значение x в одно из уравнений и найдите y .
- Запишите решение системы.

4. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

- Выразите y из второго уравнения.
- Подставьте выражение для y в первое уравнение и найдите x .
- Найдите соответствующие значения y и запишите решение системы.

5. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

- Постройте графики обоих уравнений на координатной плоскости.
- Найдите точку пересечения графиков.
- Запишите решение системы.

6. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

- Выразите y из второго уравнения.
- Подставьте выражение для y в первое уравнение и найдите x .
- Найдите y и запишите решение системы.

7. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

- Сложите оба уравнения, чтобы исключить y .
- Найдите x .
- Подставьте найденное значение x в одно из уравнений и найдите y .
- Запишите решение системы.

8. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

- Выразите x из второго уравнения.
- Подставьте выражение для x в первое уравнение и найдите y .
- Найдите соответствующие значения x и запишите решение системы.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Основные печатные издания

1. Башмаков М. И. Математика: учебник для студентов учреждений сред. проф. образования / М. И. Башмаков. – 2 – е изд. – М. Образовательно – издательский центр «Академия», 2024.
- 2 Алгебра и начала математического анализа./Алимов Ш.А. и др. (10-11) (Базовый/Углублённый) - , 2024
3. Математика. Алгебра и начала математического анализа; углубленное обучение/ Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М., под ред. Подольского В.Е.-, 2024

Основные электронные издания

1. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).
2. Электронные ресурсы «Непрерывные дроби». Форма доступа: <http://dic.academic.ru>
3. Электронные ресурсы «Сложные проценты». Форма доступа: <http://berg.com.ua>
4. КВАНТ – физико-математический научно-популярный журнал для школьников и студентов: <http://www.kvant.info/>.

Дополнительные источники:

1. Григорьев С. Г., Задулина С. В. Математика (учебник для студентов средних профессиональных учреждений). – М.: Издательский центр «Академия», 2006.
2. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10 – 11 кл. – М.: Просвещение, 2006
3. Погорелов А. В. Геометрия: учебник для 10-11 кл. общеобразоват. Учреждений / А. В. Погорелов. – 7 – е изд. – М. «Просвещение», 2007
4. Алгебра и начала математического анализа./Алимов Ш.А. и др. (10-

11) (Базовый/Углублённый) - , 2024

5. Математика. Алгебра и начала математического анализа; углубленное Обучение /
Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М., под ред. Подольского В.Е.-, 2024

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Лисин Владимир Сергеевич

Организация: Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение Республики Марий Эл «Марийский
политехнический техникум»

Должность: Директор

Дата подписания: 18.09.2025 14:35

Уникальный программный ключ:

934-31f88c0309881bb1d6c99d8dd4d01af33b58f6e966cf60093dda35c7148ecf1e